高校入試過去問(　中京大中京　)（Ｒ３)年数学

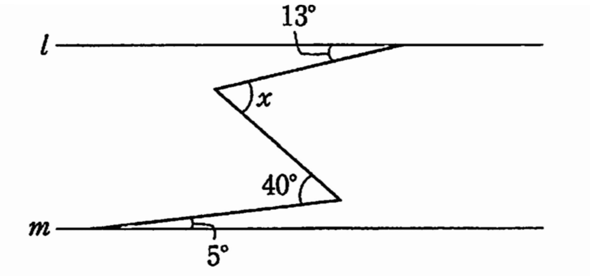
（１００点満点（40　）分))

１．

⑴　$(-6)^2 \div \frac{4}{3} \times (2-4) + 40 =$ $\boxed{ア}\boxed{イ}\boxed{ウ}$ である。

⑵　$(\sqrt{15}+2\sqrt{2})(\sqrt{15}-2\sqrt{2}) =$ $\boxed{エ}$ である。

⑶　下の図のように，直線 l と直線 m が平行であるとき，$\angle x$ の大きさは $\boxed{オ}\boxed{カ}$°である。



⑷　大小２個のさいころを同時に投げるとき，出た目の数の積が５の倍数となる確率は，$\dfrac{\boxed{キ}\boxed{ク}}{\boxed{ケ}\boxed{コ}}$ である。

⑸　比例式 $(11+x):(61-x)=1:3$ を解くと，$x=$ $\boxed{サ}$ である。

(6) $x=\sqrt{3}+1$，$y=\dfrac{\sqrt{5}-1}{3}$ のとき，$x^2y-2xy-8y=$ $\boxed{シ}-\boxed{ス}\sqrt{\boxed{セ}}$ である。

(7) $ab<0$，$a-b>0$ のとき，次の4つの不等式の中から，必ず成り立つものを1つ番号で選ぶと，$\boxed{ソ}$ である。

① $a<0$　② $b<0$　③ $a \div b>0$　④ $a+b>0$

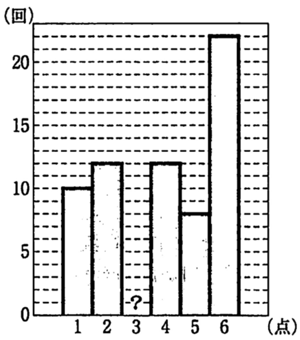
(8) 連続する3つの正の整数がある。3つの数の和と，真ん中の数を2乗した数から88をひいた数が等しいとき，真ん中の数は $\boxed{タ}\boxed{チ}$ である。

(9) 次の連立方程式の解は，$x=\boxed{ツ}$，$y=\boxed{テ}$ である。

$$\begin{cases} \dfrac{x}{12}+\dfrac{y}{3}=\dfrac{9}{4} \\ 2(x+y)=9+3y \end{cases}$$

(10) $\dfrac{\sqrt{105n}}{\sqrt{28}}$の値が自然数となるような自然数 n のうち，最小のものは $\boxed{ト}\boxed{ナ}$ である。

(11) 1個のさいころを何回か投げ，出た目の数を得点として記録しヒストグラムを作成したところ，右の図のようになった。ただし，3点の回数はかかれていない。中央値が3点，最頻値が6点のみの場合，3点の回数は $\boxed{ニ}\boxed{ヌ}$ 回である。

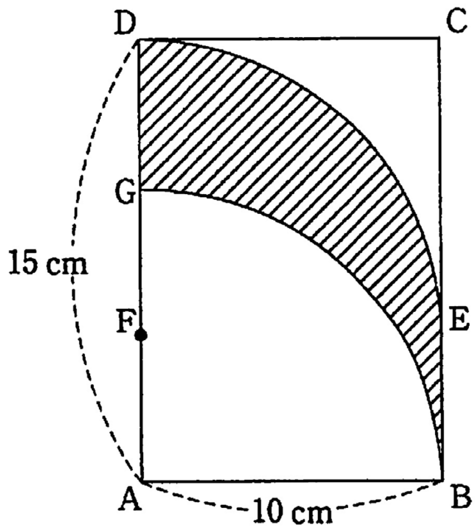


(12) y は x に反比例し，$x=-4$ のとき，$y=-5$ である。このとき，x と y の関係を式で表すと，

$$y=\frac{\boxed{ネ}\boxed{ノ}}{x}$$

⒀　２次方程式 $x^2 + ax + 51 = 0$ の解の１つが３であるとき，a の値は $\boxed{ハ}\boxed{ヒ}\boxed{フ}$ である。
また，もう１つの解は $\boxed{ヘ}\boxed{ホ}$ である。

⒁　AB＝10㎝，AD＝15㎝の長方形ABCDがあり，辺AD上にAF＝５㎝となるように点Ｆをとる。点Ａを中心とし，ABを半径とする円の円周と辺ADとの交点をG，点Ｆを中心とし，FDを半径とする円の円周と辺BCとの接点をＥとする。このとき，右図の斜線部分の面積は，$\boxed{マ}\boxed{ミ}$㎝²である。



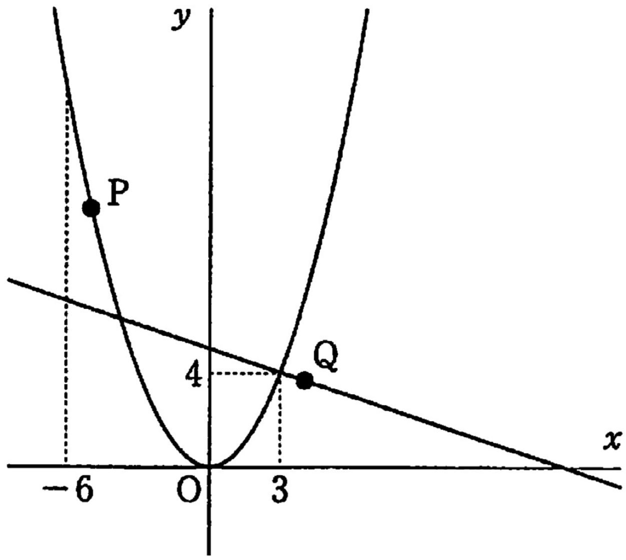
2.

下の図のように，関数 $y = ax^2$ のグラフと直線 $y = -\frac{1}{3}x + 5$ は２点で交わり，そのうちの１点の座標は（3，4）である。

このとき，次の各問いに答えよ。

⑴　a の値を求めよ。$\boxed{\text{A}}$

⑵　関数 $y = ax^2$ のグラフ上の点をＰ，直線 $y = -\frac{1}{3}x + 5$ 上の点をＱとする。
２点Ｐ，Ｑは，点Ｐの x 座標を t とすると，点Ｑの x 座標が $t + 9$ となるように動く。直線ＰＱが x 軸と平行となる t の値を求めよ。$\boxed{\text{B}}$



３．

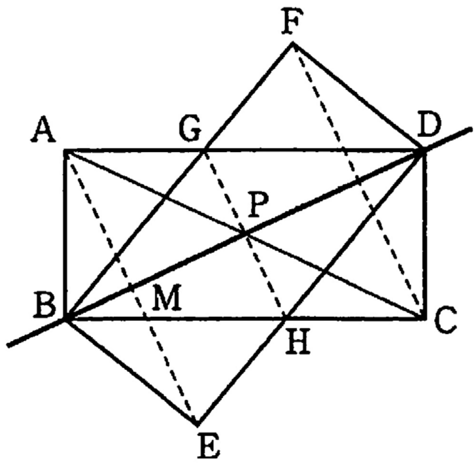
杁中さんと中京さんが次の【問題】について考えている。〈会話文〉を読み，次のページの各問いに答えよ。

【問題】 辺ABの長さが$\sqrt{5}$，辺ADの長さが$2\sqrt{5}$，対角線ACの長さが5の長方形ABCDがある。
長方形ABCDを，対角線BDを軸として回転させたときにできる立体の体積を求めよ。

〈会話文〉

杁中さん：この問題は，何から考えれば良いのかな。

中京さん：私は，長方形ABCDを，対角線BDを軸として回転させたときにできる立体を横から見た図を想像してみたよ。
これをヒントに使えないかな。



杁中さん：すごい図だね…。この図の三角形ABEと三角形CDFの部分は同じ円錐になりそう。まず，線分AEの中点をMとしたとき，三角形ABMを回転させたときにできる立体の体積を求めよう。
相似を利用すると線分AMの長さは（ア）だから…，三角形ABMを回転させてできる立体の体積は（イ）になりそうだ！

中京さん：杁中さんすごい！私は，絵は描けたけど相似は見つけられなかったな。

杁中さん：あとは，線分MDの長さを求めれば，四角形AMPGを回転させたときにできる立体の体積が求められそうだね。

中京さん：線分MDの長さなら分かるわ！MD＝（ウ）だよ！

杁中さん：ということは，長方形ABCDを，対角線BDを軸として回転させたときにできる立体の体積を求められそうだね！

(1) 長方形ABCDの対角線ACとBDの交点をPとする。このときAPの長さを求めよ。$\boxed{\text{C}}$

(2) （ア），（イ），（ウ）に当てはまる値として正しい組み合わせを，次の①～⑥から１つ選び，番号で答えよ。$\boxed{\text{D}}$

	①	②	③	④	⑤	⑥
（ア）	2	2	2	$\frac{5}{2}$	$\frac{5}{2}$	$\frac{5}{2}$
（イ）	$\frac{2}{3}\pi$	$\frac{4}{3}\pi$	$\frac{5}{3}\pi$	$\frac{2}{3}\pi$	$\frac{4}{3}\pi$	$\frac{5}{3}\pi$
（ウ）	4	4	4	$\frac{10-\sqrt{5}}{2}$	$\frac{10-\sqrt{5}}{2}$	$\frac{10-\sqrt{5}}{2}$

(3) 長方形ABCDを，対角線BDを軸として回転させたときにできる立体の体積を求めよ。$\boxed{\text{E}}$

高校入試過去問（　中京大中京　）（Ｒ３）年数学

（１００点満点（40　）分））

1．

(1)　$(-6)^2 \div \frac{4}{3} \times (2-4) + 40 =$ $\boxed{ア}\boxed{イ}\boxed{ウ}$ である。

$= 36 \times \frac{3}{4} \times (-2) + 40$

$= -54 + 40 = \underline{-14}$ //

(2)　$(\sqrt{15}+2\sqrt{2})(\sqrt{15}-2\sqrt{2}) =$ $\boxed{エ}$ である。

$= (\sqrt{15})^2 - (2\sqrt{2})^2$

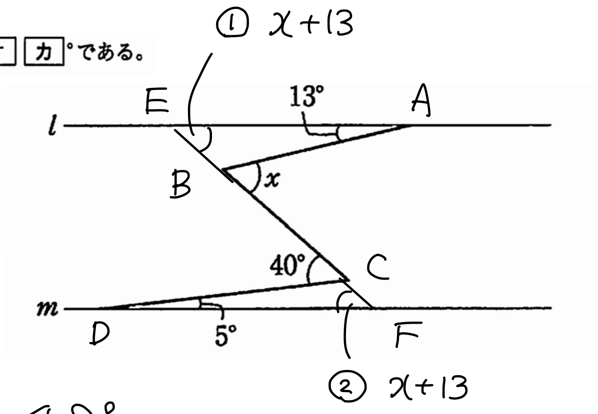
$= 15 - 8$

$= \underline{7}$ //

Point

$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$
の利用。

(3)　下の図のように，直線 l と直線 m が平行であるとき，$\angle x$ の大きさは $\boxed{オ}\boxed{カ}$°である。



① △ABE で外角の性質より
$\angle AEB = x - 13$

② $l \parallel m$ の錯角より $\angle CFD = \angle AEB$
$= x - 13$

③ △CDF で外角の性質より
$40° = 5 + x - 13$　　$x = 48$

$\underline{48°}$ //

(4)　大小２個のさいころを同時に投げるとき，出た目の数の積が５の倍数となる確率は，$\dfrac{\boxed{キ}\boxed{ク}}{\boxed{ケ}\boxed{コ}}$ である。

積が５の倍数は、5, 10, 15, 20, 25, 30, 35　（最大36なのでここまで）
1×5　2×5　3×5　4×5　5×5　5×6　×

5×5以外は入れ替えもあるので　11通り　∴ $\underline{\dfrac{11}{36}}$ //

(5)　比例式 $(11+x):(61-x) = 1:3$ を解くと，$x =$ $\boxed{サ}$ である。

$(61-x) \times 1 = (11+x) \times 3$

$61 - x = 33 + 3x$

$28 = 4x$

$\underline{x = 7}$ //

Point

36個の表を全てかく
方法は高校では
通じなくなるので，
「しぼりこみ」
に慣れよう！

(6) $x=\sqrt{3}+1$，$y=\dfrac{\sqrt{5}-1}{3}$ のとき，$x^2y-2xy-8y=$ $\boxed{シ}$ − $\boxed{ス}\sqrt{\boxed{セ}}$ である。

$$x^2y-2xy-8y = y(x^2-2x-8)$$
$$= y(x-4)(x+2)$$
$$= \frac{\sqrt{5}-1}{3}(\sqrt{3}-3)(\sqrt{3}+3)$$

$(\sqrt{3})^2-3^2=3-9$
$=-6$

$$= \frac{\sqrt{5}-1}{3}\times(-6) = 2-2\sqrt{5}$$ //

Point

式変形のち
代入すると，
多くの場合
素早く解ける！

(7) $ab<0$，$a-b>0$ のとき，次の4つの不等式の中から，必ず成り立つものを1つ番号で選ぶと，$\boxed{ソ}$ である。

① $a<0$　② $b<0$　③ $a\div b>0$　④ $a+b>0$

$ab<0$ なので $a>0$，$b<0$ または $a<0$，$b>0$
その上，$a-b>0$ なので $a>b$ となり $a>0$，$b<0$ が確定。 ② //

(8) 連続する3つの正の整数がある。3つの数の和と①，真ん中の数を2乗した数から88をひいた数②が等しいとき，真ん中の数は $\boxed{タ}\boxed{チ}$ である。

真ん中の数を n とすると，連続する3つの整数は
$n-1$，n，$n+1$ と表せる。問題文①，②より

$(n-1)+n+(n+1) = n^2-88$　　$n>0$ より
$n^2-3n-88=0$　　$n=11$
$(n-11)(n+8)=0$

∴ 11 //

Point

真ん中を文字で
置くと，式が
短くなる。

今回だと
左辺の $3n$

(9) 次の連立方程式の解は，$x=$ $\boxed{ツ}$，$y=$ $\boxed{テ}$ である。

$$\begin{cases} \dfrac{x}{12}+\dfrac{y}{3}=\dfrac{9}{4} & \cdots ① \\ 2(x+y)=9+3y & \cdots ② \end{cases}$$

①×24−②

$$\begin{array}{rl} 2x+8y &= 54 \\ -)\ 2x-y &= 9 \\ \hline 9y &= 45 \\ y &= 5 \\ x &= 7 \end{array}$$

$(x,y)=(7,5)$ //

Point

連立方程式は途中式が
長くなるので ② の x の
係数が2になるように，
1回のかけ算 ×24 を
行った。

(10) $\dfrac{\sqrt{105n}}{\sqrt{28}}$ の値が自然数となるような自然数 n のうち，最小のものは $\boxed{ト}\boxed{ナ}$ である。

素因数分解して $\dfrac{\sqrt{105n}}{\sqrt{28}} = \sqrt{\dfrac{15n}{4}}$

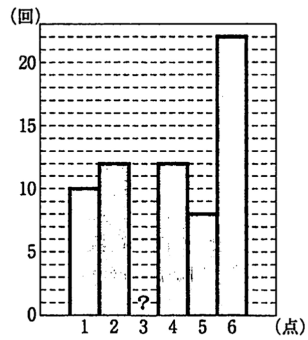
$n = \underset{①}{15} \times \underset{②}{4} = 70$ //

Point

① $\sqrt{15}$ の $\sqrt{\ }$ を外すため。

② 分母の4をなくすため。

(11) 1個のさいころを何回か投げ，出た目の数を得点として記録しヒストグラムを作成したところ，右の図のようになった。ただし，3点の回数はかかれていない。中央値が3点，最頻値が6点のみの場合，3点の回数は $\boxed{ニ}\boxed{ヌ}$ 回である。



・1,2点の度数の和は、$10+12=22$

・同様に4〜6点では、$12+8+22=42$

・最頻値が6点のみなので
6点の22回より少ない回数で $42-22=20$ より多いので
3点は 21回 //

↙今、この状況。

22	20	42
1	3 4	6

(12) y は x に反比例し，$x=-4$ のとき，$y=-5$ である。このとき，x と y の関係を式で表すと，$y=\dfrac{\boxed{ネ}\boxed{ノ}}{x}$

$y=\dfrac{a}{x}$ に $x=-4$, $y=-5$ を代入して $a=20$

$y=\dfrac{20}{x}$ //

Point

反比例は、
$x \times y = a$ を
用いると早い
問題が多い！

(13)　2次方程式 $x^2+ax+51=0$ の解の1つが3であるとき，a の値は $\boxed{ハ}\boxed{ヒ}\boxed{フ}$ である。
また，もう1つの解は $\boxed{ヘ}\boxed{ホ}$ である。

2つの解を3とαとすると，
たして a，かけて 51 なので $x^2+ax+51=0$ を
因数分解すると　$(x-\alpha)(x-3)=0$

$$x^2-(\alpha+3)x+3\alpha=0$$

$x^2+ax+51=0$ と係数比較すると，

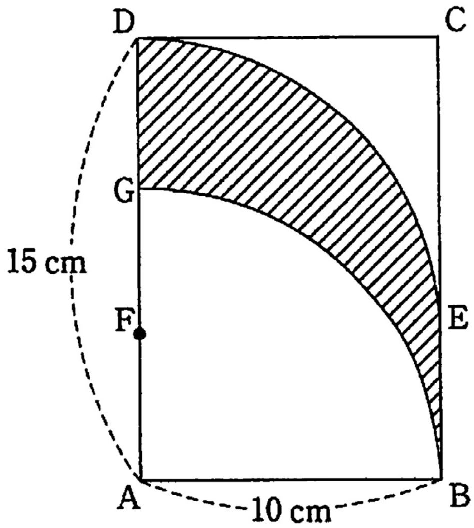
$$\begin{cases} -(\alpha+3)=a \\ 51=3\alpha \end{cases}$$

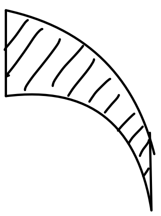
$\alpha=17$ となり
$a=-20$ //

Point

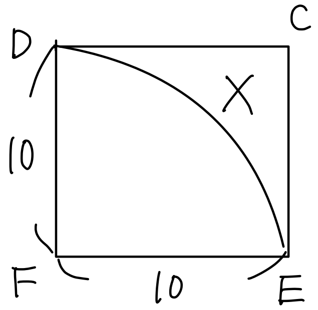
$x=3$を代入しても
解けるが，高校だと
苦しいので「係数
比較」を理解
しておこう！

(14)　AB＝10cm，AD＝15cmの長方形ABCDがあり，辺AD上にAF＝5cmとなるように点Fをとる。点Aを中心とし，ABを半径とする円の円周と辺ADとの交点をG，点Fを中心とし，FDを半径とする円の円周と辺BCとの接点をEとする。このとき，右図の斜線部分の面積は，$\boxed{マ}\boxed{ミ}$cm²である。

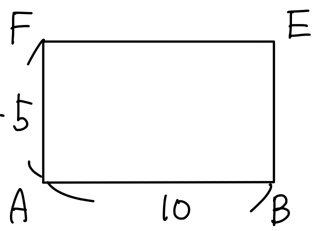




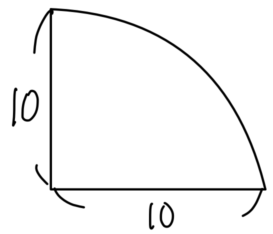
=



+5



−



$$=10^2\pi\times\frac{90}{360}+5\times10-10^2\pi\times\frac{90}{360}$$

$$=50\ \text{cm}^2$$ //

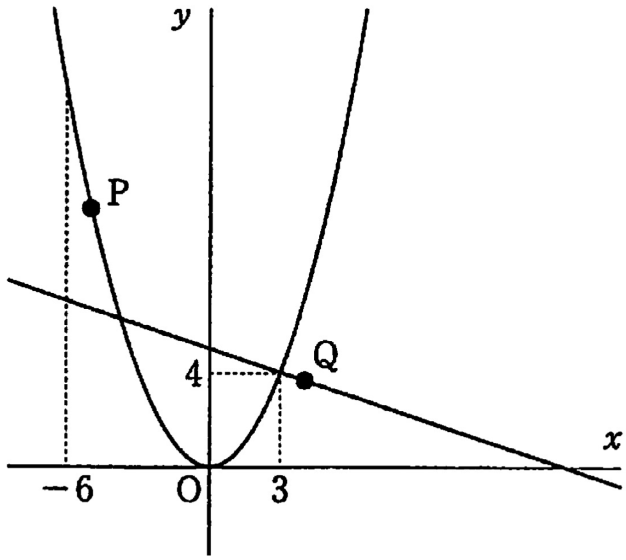
Point

特殊な図形は
今回のように図の
足し引きで考える！
→ 直接求める
ことは難しい。

2.

下の図のように，関数 $y=ax^2$ のグラフと直線 $y=-\frac{1}{3}x+5$ は2点で交わり，そのうちの1点の座標は（3，4）である。
このとき，次の各問いに答えよ。

(1)　a の値を求めよ。$\boxed{\text{A}}$
(2)　関数 $y=ax^2$ のグラフ上の点をP，直線 $y=-\frac{1}{3}x+5$ 上の点をQとする。
2点P，Qは，点Pの x 座標を t とすると，点Qの x 座標が $t+9$ となるように動く。直線PQが x 軸と平行となる t の値を求めよ。$\boxed{\text{B}}$



(1) 通る1点 (3,4) を $y=ax^2$ に代入すると　$4=9a$　$a=\frac{4}{9}$ //

(2) P,Q の座標を t を用いて表す。

$P\left(t,\ \frac{4}{9}t^2\right)$

$Q\left(t+9,\ -\frac{1}{3}t+2\right)$

PQは x軸に平行なので y座標は等しくなる。

$\frac{4}{9}t^2=-\frac{1}{3}t+2$

$4t^2+3t-18=0$

$t=\frac{-3\pm3\sqrt{33}}{8}$ //

グラフ問題は、各点の座標を文字で表すことで様々な問題の解決策が見えてくる!

長さが求まるので面積や体積も求まる。

３.

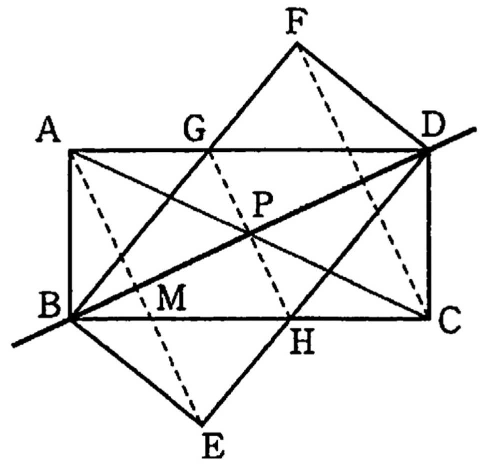
杁中(いりなか)さんと中京さんが次の【問題】について考えている。〈会話文〉を読み，次のページの各問いに答えよ。

【問題】 辺ABの長さが$\sqrt{5}$，辺ADの長さが$2\sqrt{5}$，対角線ACの長さが5の長方形ABCDがある。
長方形ABCDを，対角線BDを軸として回転させたときにできる立体の体積を求めよ。

〈会話文〉

杁中さん：この問題は，何から考えれば良いのかな。

中京さん：私は，長方形ABCDを，対角線BDを軸として回転させたときにできる立体を横から見た図を想像してみたよ。
これをヒントに使えないかな。



杁中さん：すごい図だね…。この図の三角形ABEと三角形CDFの部分は同じ円錐(すい)になりそう。まず，線分AEの中点をMとしたとき，三角形ABMを回転させたときにできる立体の体積を求めよう。
相似を利用すると線分AMの長さは（ア）だから…，三角形ABMを回転させてできる立体の体積は（イ）になりそうだ！

中京さん：杁中さんすごい！私は，絵は描けたけど相似は見つけられなかったな。

杁中さん：あとは，線分MDの長さを求めれば，四角形AMPGを回転させたときにできる立体の体積が求められそうだね。

中京さん：線分MDの長さなら分かるわ！MD＝（ウ）だよ！

杁中さん：ということは，長方形ABCDを，対角線BDを軸として回転させたときにできる立体の体積を求められそうだね！

(1) 長方形ABCDの対角線ACとBDの交点をPとする。このときAPの長さを求めよ。$\boxed{\text{C}}$

(2) （ア），（イ），（ウ）に当てはまる値として正しい組み合わせを，次の①～⑥から１つ選び，番号で答えよ。$\boxed{\text{D}}$

	①	②	③	④	⑤	⑥
（ア）	2	2	2	$\frac{5}{2}$	$\frac{5}{2}$	$\frac{5}{2}$
（イ）	$\frac{2}{3}\pi$	$\frac{4}{3}\pi$	$\frac{5}{3}\pi$	$\frac{2}{3}\pi$	$\frac{4}{3}\pi$	$\frac{5}{3}\pi$
（ウ）	4	4	4	$\frac{10-\sqrt{5}}{2}$	$\frac{10-\sqrt{5}}{2}$	$\frac{10-\sqrt{5}}{2}$

(3) 長方形ABCDを，対角線BDを軸として回転させたときにできる立体の体積を求めよ。$\boxed{\text{E}}$

(1) $AP = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2}BD = \frac{5}{2}$

(2) (ア) $\triangle ABM \backsim \triangle DBA$ より

$AM : DA = AB : DB$

$AM : 2\sqrt{5} = \sqrt{5} : 5$

$AM = 2$ (ア)

(イ) $BM : BA = AB : DB$

$BM : \sqrt{5} = \sqrt{5} : 5$

$BM = 1$

∴ $\triangle ABM$を1回転した立体の体積は、

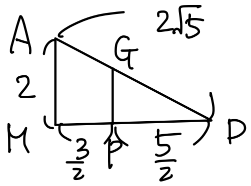
$2^2 \times \pi \times 1 \times \frac{1}{3} = \frac{4}{3}\pi$ (イ)

(ウ) $MD = BD - BM = 5 - 1 = 4$ (ウ)

以上より ②

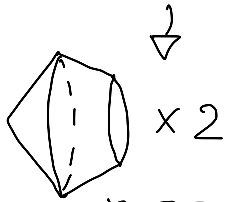
(3) 求める体積 ＝ [($\triangle ABM$の回転体) ＋ { ($\triangle AMD$の回転体) − ($\triangle GPD$の回転体) }] ×2

GPを求める。



$8 : 5 = 2 : GP$

$GP = \frac{5}{4}$



ということ。

$2^2 \times \pi \times 4 \times \frac{1}{3} - \left(\frac{5}{4}\right)^2 \times \pi \times \frac{5}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{129}{32}\pi$

$\left(\frac{4}{3}\pi + \frac{129}{32}\pi\right) \times 2 = \frac{515}{48}\pi$