

高校入試過去問(中 京) (R4)年数学

(100点満点(40)分))

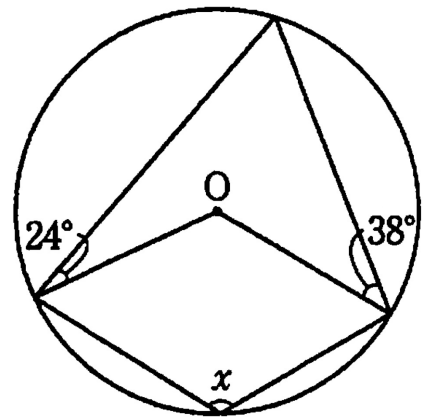
1.

(1) $\frac{1}{12} - \frac{1}{4} \div \frac{1}{3} = \frac{\boxed{\text{ア}} \boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ウ}}}$ である。

(2) $\left(\frac{4}{\sqrt{6}} + \frac{\sqrt{24}}{2}\right)^2 = \frac{\boxed{\text{エ}} \boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}$ である。

(3) 2次方程式 $x(x+2)=5(2x-3)$ を解いたとき、大きい方の解は $x = \boxed{\text{キ}}$ である。

- (4) 右の図のように、円Oの円周が、四角形の4つの頂点を通るとき、 $\angle x$ の大きさは $\boxed{\text{ク}} \boxed{\text{ケ}} \boxed{\text{コ}}^\circ$ である。



(5) さいころの1から6の目のうち、の目をに変えると、すべての目の数の和が24となり、奇数の目が出る確率と4以上の目が出る確率がともに大きくなる。

(6) $a = \sqrt{5} - 3$ のとき、 $a^2 + 6a =$ である。

(7) 互いに異なる整数 a, b に対して $\frac{a}{b} < 0, a - b > 0$ が成り立つとき、次の4つの不等式のうち、

必ず成り立つものは、 である。

① $a^2 + b > 0$ ② $a^2 - b(1 + a) > 0$

③ $(a + b)(a - b) > 0$ ④ $\frac{b}{a(a - b)} > 0$

(8) 次の連立方程式の解は、 $x = \boxed{\text{タ}}$ ， $y = \boxed{\text{チ}}$ である。

$$\begin{cases} 2x = y \\ 9x - y = 7 \end{cases}$$

(9) 直線 $y = -\frac{2}{3}x - 4$ と直線 $y = 3x + b$ が、 y 軸上で交わる時、 $b = \boxed{\text{ツ}} \boxed{\text{テ}}$ であり、 x 軸上で交わる時、 $b = \boxed{\text{ト}} \boxed{\text{ナ}}$ である。

(10) ある学校の生徒200人のうち、通学時間が30分以上の生徒は35%で、そのうち、電車通学をしている生徒は20%である。通学時間が30分以上で電車通学をしている生徒は $\boxed{\text{ニ}} \boxed{\text{ヌ}}$ 人である。

- (11) 関数 $y = x^2$ のグラフと、直線 $y = -x + 2$ の交点のうち、 x 座標が負である点を A とし、点 A の座標を求めると、

(, ,)

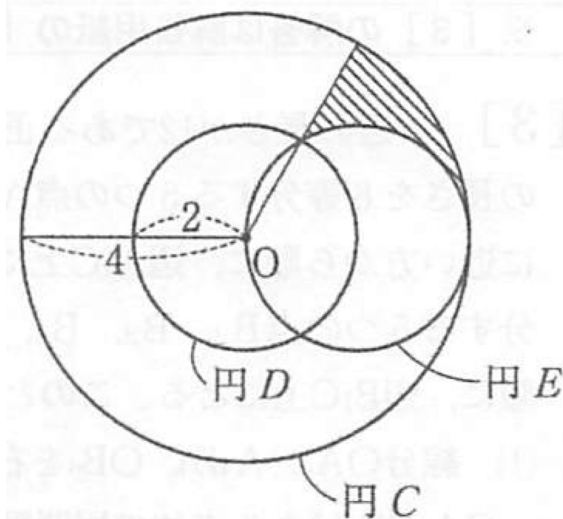
である。点 A を通り、 y 軸に平行な直線と x 軸との交点を B、直線 $y = -x + 2$ と x 軸との交点を C、 y 軸との交点を D とする。三角形 ABC を、辺 AB を軸として回転してできる立体の体積を V_1 、三角形 ABD を、辺 AB を軸として回転してできる立体の体積を V_2 とするとき、 $AB =$, $BC =$ であり、 $V_1 : V_2$ を最も簡単な整数の比で表すと、

$V_1 : V_2 =$:

である。

- (12) 右の図のように、点 O を中心とする半径 4 の円 C と半径 2 の円 D、円 D の円周上に中心をもち、点 O を通る円 E がある。斜線部の面積を求めると、

$\frac{\text{マ}}{\text{ミ}} \pi - \sqrt{\text{ム}}$ である。



2.

下の図のように、関数 $y = \frac{1}{10}x^2$, $y = -2x^2$ のグラフと直線 $y = 12$ がある。点 A, B は関数 $y = -2x^2$ のグラフ上の点であり、点 A の x 座標は -1 , 点 B の x 座標は $\frac{3}{2}$ である。また、直線 $y = 12$ と y 軸の交点を C とする。このとき、次の ~ に当てはまる適切な符号または数字を選び、マークせよ。

(1) 直線 AB の傾きは、 である。

(2) 3 点 A, B, C を頂点とする三角形 ABC の面積 S を求めると、 である。

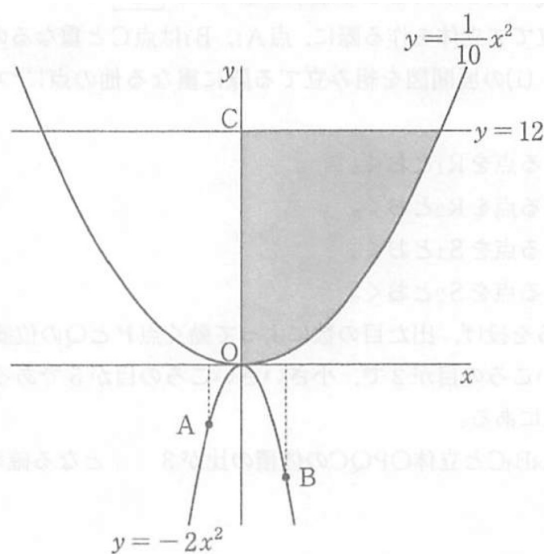
(3) 次の 2 つの条件を満たす点 P は、いくつ存在するか。

① ~ ⑨ の選択肢から、最も適当なものを番号で選ぶと、 である。

条件 1 : 点 P (l, m) は、下の図の色をつけた部分に存在する点であり l, m は、ともに整数である。(色をつけた部分には、点 C を除いた境界線上の点を含むものとする)。

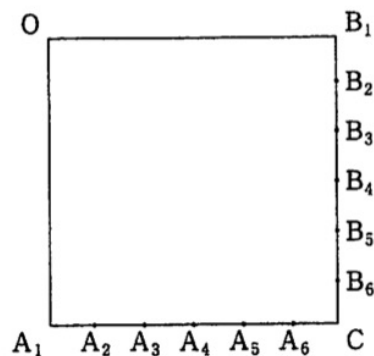
条件 2 : 三角形 ABP の面積 T は、三角形 ABC の面積 S と一致する。

- | | | |
|----------------|-------|--------|
| ⑩ 1 つもない (0 個) | ⑪ 3 個 | ⑫ 4 個 |
| ⑬ 5 個 | ⑭ 6 個 | ⑮ 7 個 |
| ⑯ 8 個 | ⑰ 9 個 | ⑱ 10 個 |
| ⑲ 11 個以上 | | |



1 辺の長さが12である正方形 OA_1CB_1 がある。辺 A_1C の長さを6等分する5つの点 A_2, A_3, A_4, A_5, A_6 を、 A_1 に近い方から順に、辺 A_1C 上にとる。同様に、辺 B_1C を6等分する5つの点 B_2, B_3, B_4, B_5, B_6 を、 B_1 に近い方から順に、辺 B_1C 上にとる。このとき、次の各問に答えよ。

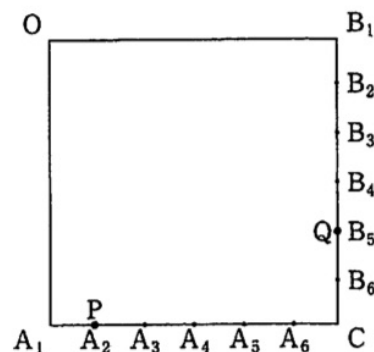
- (1) 線分 OA_4, A_4B_4, OB_4 を右の図にかき入れると、正方形 OA_1CB_1 はある立体の展開図となる。この立体の体積を求めよ。 A



- (2) 大小2つのさいころを投げ、出た目の数によって動く点PとQの位置を次のように定める。

大きいさいころの目の数を、点 $A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6$ の各点の右下の数字と対応させ、その点の位置に点Pをとる。小さいさいころの目の数を $B_1, B_2, B_3, B_4, B_5, B_6$ の各点の右下の数字と対応させ、その点の位置に点Qをとる。

例えば、大きいさいころの目が2で、小さいさいころの目が5であるとき、点PとQは、それぞれ点 A_2, B_5 の位置にある。



このとき、線分PQの長さが10となる確率を求めよ。 B

- (3) (1)の展開図を組み立てて立体を作る際に、点 A_1, B_1 は点Cと重なるので頂点Cとみなすと、立体 OA_4B_4C ができる。(1)の展開図を組み立てる際に重なる他の点についても、次のように考える。

ア) 点 A_2, A_6 が重なる点を R_1 とおく。

イ) 点 A_3, A_5 が重なる点を R_2 とおく。

ウ) 点 B_2, B_6 が重なる点を S_1 とおく。

エ) 点 B_3, B_5 が重なる点を S_2 とおく。

大小2つのさいころを投げ、出た目の数によって動く点PとQの位置を(2)と同様に定める。

例えば、大きいさいころの目が2で、小さいさいころの目が5であるとき、点PとQは、それぞれ点 R_1, S_2 の位置にある。

このとき、立体 OA_4B_4C と立体 $OPQC$ の体積の比が3 : 1となる確率を求めよ。 C

高校入試過去問(中 京) (R4)年数学

(100点満点(40)分))

1.

(1) $\frac{1}{12} - \frac{1}{4} \div \frac{1}{3} = \frac{\boxed{\text{ア}} \boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ウ}}}$ である。 $(\frac{1}{12} - \frac{3}{12}) \times 3 = -\frac{2}{12} \times 3 = -\frac{1}{2}$ //

(2) $(\frac{4}{\sqrt{6}} + \frac{\sqrt{24}}{2})^2 = \frac{\boxed{\text{エ}} \boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}$ である。 $(\frac{4}{\sqrt{6}})^2 + 2 \times (\frac{4}{\sqrt{6}}) \times (\frac{\sqrt{24}}{2}) + (\frac{\sqrt{24}}{2})^2$
 $= \frac{16}{6} + 8 + \frac{24}{4} = \frac{32 + 96 + 72}{12} = \frac{50}{3}$ //

(3) 2次方程式 $x(x+2)=5(2x-3)$ を解いたとき、大きい方の解は $x = \boxed{\text{キ}}$ である。

$$x^2 + 2x = 10x - 15$$

$$(x-3)(x-5) = 0$$

$$x^2 - 8x + 15 = 0$$

$$x = 3, 5$$

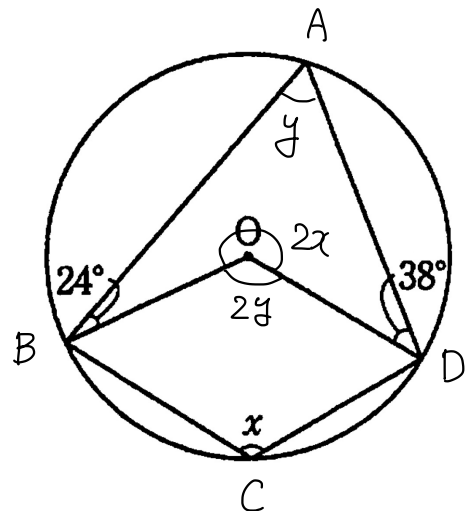
$$\text{大きい方は } 5$$

(4) 右の図のように、円Oの円周が、四角形の4つの頂点を通るとき、 $\angle x$ の大きさは $\boxed{\text{ク}} \boxed{\text{ケ}} \boxed{\text{コ}}$ °である。

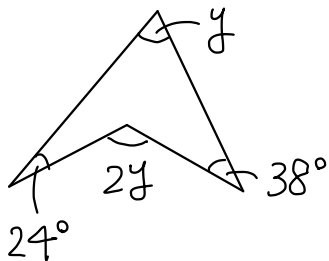
$\angle BAD = y$ とすると、

中心角 = 円周角 $\times 2$ なので

Oの周りで $2x, 2y$ とわかる。



①



$$2y = y + 24 + 38$$

$$y = 62$$

なぜ?

4

② 円の内接四角形の対角の和は 180° なので

$$x + y = 180^\circ$$

$$x = 180 - 62 = 118^\circ$$

$$2x + 2y = 360$$

$$x + y = 180$$

- (5) さいころの1から6の目のうち、**サ**の目を**シ**に変えると、すべての目の数の和が24となり、奇数の目が出る確率と4以上の目が出る確率がともに大きくなる。

- ① 変更前
- | | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 計 |
|-----|---|---|---|---|---|---|----|
| 変更前 | | | | | | | 21 |
- ② 変更後には、奇数と4以上確率が大きくなり、合計が+3なので
- 1 → 4 偶数が増えるので × ... ※
- 2 → 5 ○
- 3 → 6 ※と同じ

以上より

2の目を5に変える //

- (6) $a = \sqrt{5} - 3$ のとき、 $a^2 + 6a =$ **ス** **セ** である。

$$\begin{aligned} a^2 &= (\sqrt{5} - 3)^2 \\ &= 5 - 6\sqrt{5} + 9 \\ &= 14 - 6\sqrt{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a^2 + 6a &= (14 - 6\sqrt{5}) + 6(\sqrt{5} - 3) \\ &= 14 - 6\sqrt{5} + 6\sqrt{5} - 18 \\ &= -4 \end{aligned}$$

(別アプローチ)

$$\begin{aligned} a &= \sqrt{5} - 3 \\ a + 3 &= \sqrt{5} \quad \text{両辺2乗} \\ a^2 + 6a + 9 &= 5 \\ a^2 + 6a &= -4 \end{aligned}$$

なぜこの流れ？

$a^2 + 6a$ を作りたかったから。



このような問題は、両辺に $\sqrt{\quad}$ を残して両辺2乗で解けることが多い！

- (7) 互いに異なる整数 a, b に対して $\frac{a}{b} < 0, a - b > 0$ が成り立つとき、次の4つの不等式のうち、必ず成り立つものは、**ソ** である。

① $a^2 + b > 0$

② $a^2 - b(1 + a) > 0$

③ $(a + b)(a - b) > 0$

④ $\frac{b}{a(a - b)} > 0$

問題文より $a > 0, b < 0$

① $a^2 < b$ の絶対値のとき ×

② $a^2 > 0$ で $-b(1 + a) > 0$ なの？ ○

③ $a + b < 0$ のとき ×

④ $a - b > 0$ のとき ×



具体的な数だと判断しきれないので文字式で考える！

(8) 次の連立方程式の解は、 $x = \boxed{\text{タ}}$ 、 $y = \boxed{\text{チ}}$ である。

$$\begin{cases} 2x = y & \dots \textcircled{1} \\ 9x - y = 7 & \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

① を ② に代入し

$$9x - 2x = 7$$

$$7x = 7$$

$$x = 1$$

$x = 1$ を ① に代入し

$$y = 2$$

$$(x, y) = (1, 2)$$

//

(9) 直線 $y = -\frac{2}{3}x - 4$ と直線 $y = 3x + b$ が、 y 軸上で交わる時、 $b = \boxed{\text{ツ}} \boxed{\text{テ}}$ であり、 x 軸上で交わる時、 $b = \boxed{\text{ト}} \boxed{\text{ナ}}$ である。

① y 軸上で交わるので、2直線は $(0, -4)$ を通るので $b = -4$ //

② $y = -\frac{2}{3}x - 4$ と x 軸との交点は、 x 軸が $y = 0$ なので

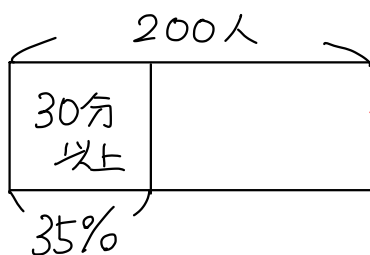
$$0 = -\frac{2}{3}x - 4 \quad \text{より} \quad \frac{2}{3}x = -4 \quad x = -6 \quad (-6, 0)$$

$(-6, 0)$ を $y = 3x + b$ が通るので、 $0 = 3 \times (-6) + b$

$$b = 18$$

//

(10) ある学校の生徒200人のうち、通学時間が30分以上の生徒は35%で、そのうち、電車通学をしている生徒は20%である。通学時間が30分以上で電車通学をしている生徒は $\boxed{\text{二}} \boxed{\text{又}}$ 人である。



↓ そのうち

20%

電車通学



図に表すと式が
作りやすい!

今回はシンプルなので
図なしでもいいのですが
苦手な人ほどかたことと
おススメします!!

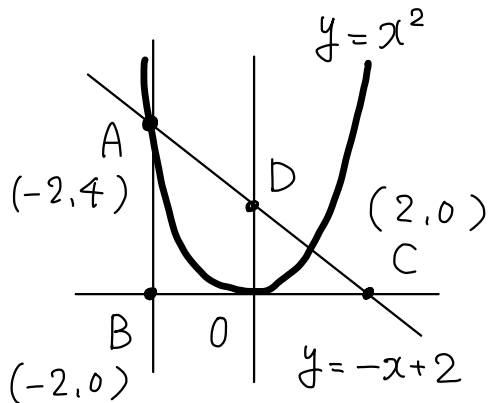
(II) 関数 $y = x^2$ のグラフと、直線 $y = -x + 2$ の交点のうち、 x 座標が負である点を A とし、点 A の座標を求めると、

(,)

である。点 A を通り、 y 軸に平行な直線と x 軸との交点を B、直線 $y = -x + 2$ と x 軸との交点を C、 y 軸との交点を D とする。三角形 ABC を、辺 AB を軸として回転してできる立体の体積を V_1 、三角形 ABD を、辺 AB を軸として回転してできる立体の体積を V_2 とするとき、 $AB =$, $BC =$ であり、 $V_1 : V_2$ を最も簡単な整数の比で表すと、

$V_1 : V_2 =$:

である。



$$\begin{cases} y = x^2 \\ y = -x + 2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x^2 + x - 2 = 0 \\ (x+2)(x-1) = 0 \end{cases}$$

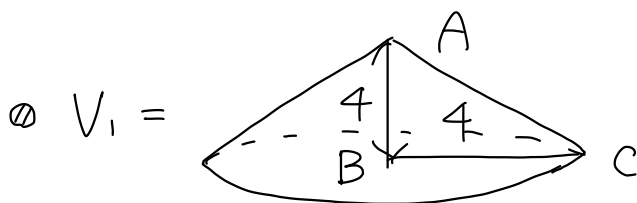
$$x = -2, 1 \text{ なのて}$$

$$A(-2, 4)$$

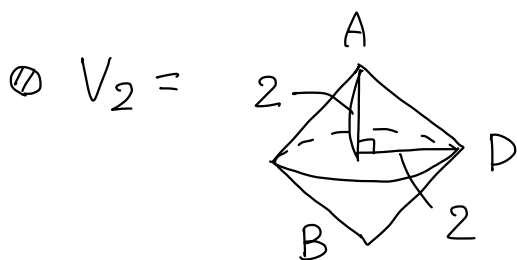
$$B(-2, 0)$$

$$\text{とわかる。 } A(-2, 4)$$

$$\textcircled{1} AB = 4, BC = 4 //$$



$$\textcircled{1} V_1 = 4 \times 4 \times \pi \times 4 \times \frac{1}{3} = \frac{64}{3} \pi$$



$$\textcircled{1} V_2 = 2 \times 2 \times \pi \times 2 \times \frac{1}{3} \times 2 = \frac{16}{3} \pi$$

$$\therefore V_1 : V_2 = \frac{64}{3} \pi : \frac{16}{3} \pi = 4 : 1 //$$



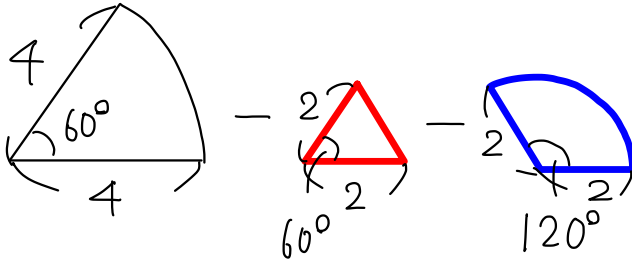
問題文から に示す問題もよくあります。

こういった問題を見つけて慣れよう！

- (12) 右の図のように、点Oを中心とする半径4の円Cと半径2の円D、円Dの円周上に中心をもち、点Oを通る円Eがある。斜線部の面積を求めると、

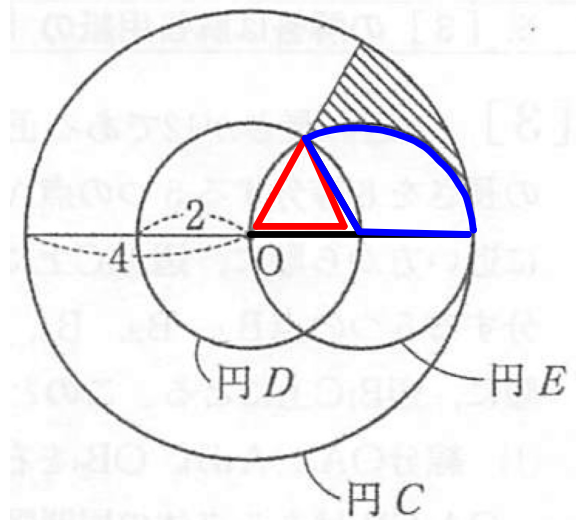
$$\frac{\boxed{\text{マ}}}{\boxed{\text{ミ}}} \pi - \sqrt{\boxed{\text{ム}}} \text{ である。}$$

① 全体の流れ



$$4 \times 4 \times \pi \times \frac{60}{360} - 2 \times \sqrt{3} \times \frac{1}{2} - 2 \times 2 \times \pi \times \frac{120}{360}$$

$$= \frac{4}{3} \pi - \sqrt{3}$$



補助線 を用いて「求められる形」
を作り出さる。

今回だと、三角形 と おうぎ形

2.

下の図のように、関数 $y = \frac{1}{10}x^2$, $y = -2x^2$ のグラフと直線 $y = 12$ がある。点 A, B は関数 $y = -2x^2$ のグラフ上の点であり、点 A の x 座標は -1 , 点 B の x 座標は $\frac{3}{2}$ である。また、直線 $y = 12$ と y 軸の交点を C とする。このとき、次の ~ に当てはまる適切な符号または数字を選び、マークせよ。

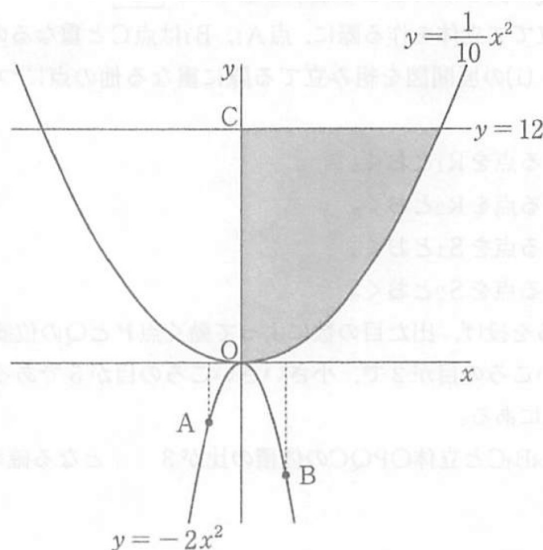
- (1) 直線 AB の傾きは、 である。
- (2) 3 点 A, B, C を頂点とする三角形 ABC の面積 S を求めると、 である。
- (3) 次の 2 つの条件を満たす点 P は、いくつ存在するか。

① ~ ⑨ の選択肢から、最も適当なものを番号で選ぶと、 である。

条件 1 : 点 P (l, m) は、下の図の色をつけた部分に存在する点であり l, m は、ともに整数である。(色をつけた部分には、点 C を除いた境界線上の点を含むものとする)。

条件 2 : 三角形 ABP の面積 T は、三角形 ABC の面積 S と一致する。

- | | | |
|----------------|-------|--------|
| ⑩ 1 つもない (0 個) | ① 3 個 | ② 4 個 |
| ③ 5 個 | ④ 6 個 | ⑤ 7 個 |
| ⑥ 8 個 | ⑦ 9 個 | ⑧ 10 個 |
| ⑨ 11 個以上 | | |



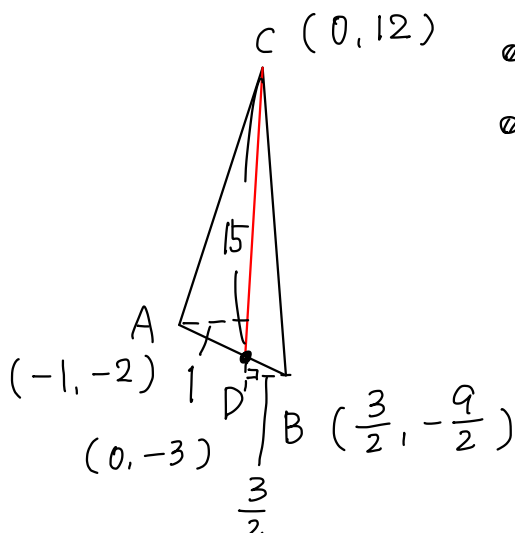
(1) 与えられた x 座標 を式に代入し

$$A(-1, -2)$$

$$B\left(\frac{3}{2}, -\frac{9}{2}\right)$$

$$\begin{aligned} \text{傾き} &= \frac{y \text{ の増加量}}{x \text{ の増加量}} = \frac{-\frac{9}{2} - (-2)}{\frac{3}{2} - (-1)} \\ &= \frac{-\frac{5}{2}}{\frac{5}{2}} = -1 \end{aligned}$$

(2)



① AB は $y = -x - 3$ であり D(0, -3) とわかる。

$$\begin{aligned} \text{② } \triangle ABC &= \triangle ADC + \triangle DBC \\ &= 15 \times 1 \times \frac{1}{2} + 15 \times \frac{3}{2} \times \frac{1}{2} \\ &= \frac{15}{2} + \frac{45}{2} = \frac{60}{2} = 30 \end{aligned}$$



(1) で傾きを求めたことを利用して、三角形を 2 つに分けて求めた。

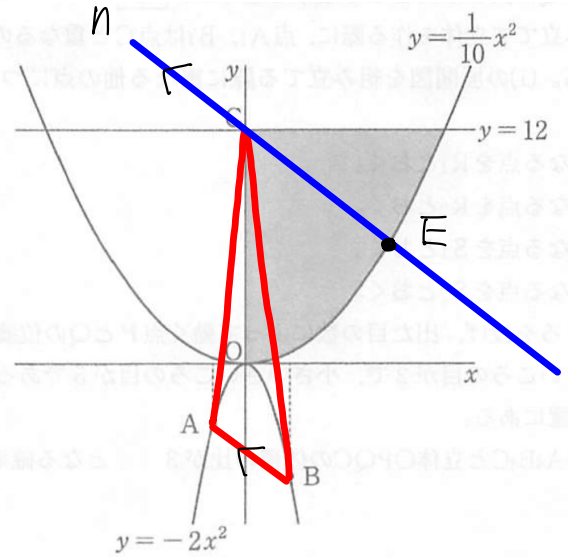
(3) 次の2つの条件を満たす点Pは、いくつ存在するか。

①～⑨の選択肢から、最も適当なものを番号で選ぶと、5である。

条件1：点P (l, m) は、下の図の色をつけた部分に存在する点であり l, m は、ともに整数である。(色をつけた部分には、点Cを除いた境界線上の点を含むものとする)。

条件2：三角形ABPの面積 T は、三角形ABCの面積 S と一致する。

- | | | |
|--------------|------|-------|
| ① 1つもない (0個) | ① 3個 | ② 4個 |
| ③ 5個 | ④ 6個 | ⑤ 7個 |
| ⑥ 8個 | ⑦ 9個 | ⑧ 10個 |
| ⑨ 11個以上 | | |



① $\triangle ABP = \triangle ABC$ となる点Pは、
ABと平行で、点Cを通る直線上
の点である。(等積変形の利用)

② $C(0, 12)$ で ABの傾きが -1 より
直線 n は $y = -x + 12$ 。

$y = \frac{1}{10}x^2$ との交点 E は、

$$\frac{1}{10}x^2 + x - 12 = 0 \text{ より}$$

$$x^2 + 10x - 120 = 0$$

$$x = \frac{-10 \pm \sqrt{100 + 480}}{2}$$

$$= \frac{-10 \pm \sqrt{580}}{2}$$

$$= -5 \pm \sqrt{145}$$

$$= -5 + \sqrt{145}$$

$$\sqrt{144} < \sqrt{145} < \sqrt{169} \text{ より}$$

$$\underset{12}{\parallel} \qquad \qquad \underset{13}{\parallel}$$

$$7 < \sqrt{145} - 5 < 8$$

以上より 点Pのx座標は
1～7 の 7個

⑤

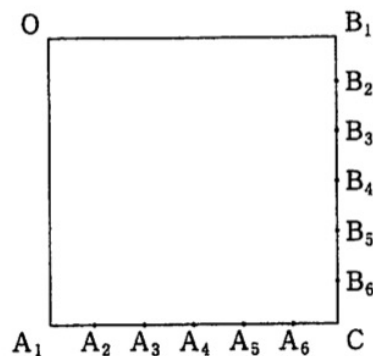
#



今回、傾きが -1 だった
ので x が整数なら、
 y も整数となるので
 x 座標 だけを考えれば
よかった！

1 辺の長さが12である正方形 OA_1CB_1 がある。辺 A_1C の長さを6等分する5つの点 A_2, A_3, A_4, A_5, A_6 を、 A_1 に近い方から順に、辺 A_1C 上にとる。同様に、辺 B_1C を6等分する5つの点 B_2, B_3, B_4, B_5, B_6 を、 B_1 に近い方から順に、辺 B_1C 上にとる。このとき、次の各問に答えよ。

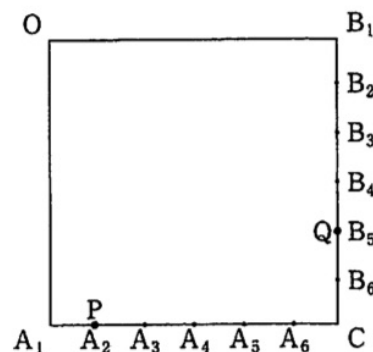
- (1) 線分 OA_4, A_4B_4, OB_4 を右の図にかき入れると、正方形 OA_1CB_1 はある立体の展開図となる。この立体の体積を求めよ。 **A**



- (2) 大小2つのさいころを投げ、出た目の数によって動く点PとQの位置を次のように定める。

大きいさいころの目の数を、点 $A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6$ の各点の右下の数字と対応させ、その点の位置に点Pをとる。小さいさいころの目の数を $B_1, B_2, B_3, B_4, B_5, B_6$ の各点の右下の数字と対応させ、その点の位置に点Qをとる。

例えば、大きいさいころの目が2で、小さいさいころの目が5であるとき、点PとQは、それぞれ点 A_2, B_5 の位置にある。



このとき、線分PQの長さが10となる確率を求めよ。 **B**

- (3) (1)の展開図を組み立てて立体を作る際に、点 A_1, B_1 は点Cと重なるので頂点Cとみなすと、立体 OA_4B_4C ができる。(1)の展開図を組み立てる際に重なる他の点についても、次のように考える。

ア) 点 A_2, A_6 が重なる点を R_1 とおく。

イ) 点 A_3, A_5 が重なる点を R_2 とおく。

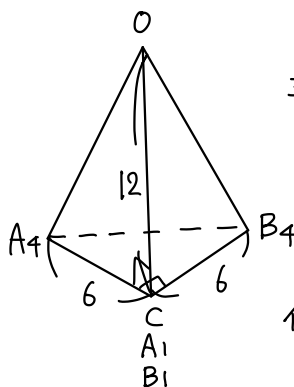
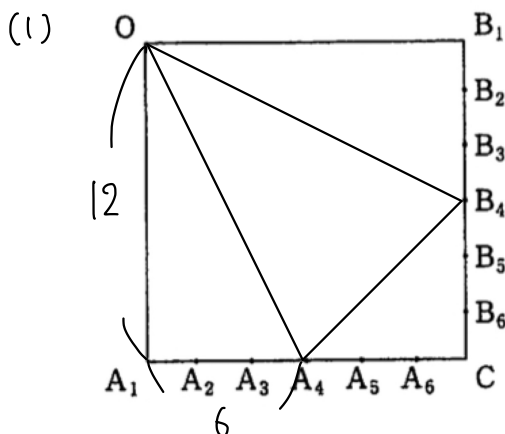
ウ) 点 B_2, B_6 が重なる点を S_1 とおく。

エ) 点 B_3, B_5 が重なる点を S_2 とおく。

大小2つのさいころを投げ、出た目の数によって動く点PとQの位置を(2)と同様に定める。

例えば、大きいさいころの目が2で、小さいさいころの目が5であるとき、点PとQは、それぞれ点 R_1, S_2 の位置にある。

このとき、立体 OA_4B_4C と立体 $OPQC$ の体積の比が3:1となる確率を求めよ。 **C**



三角錐の展開図

$$\angle A_4 C B_4 = 90^\circ$$

$$\angle O C A_4 = \angle O C B_4 = 90^\circ$$

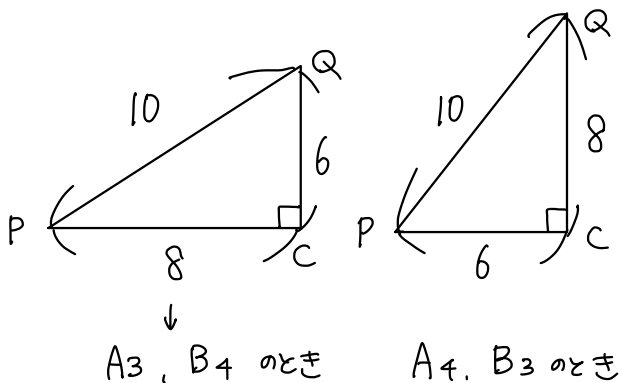
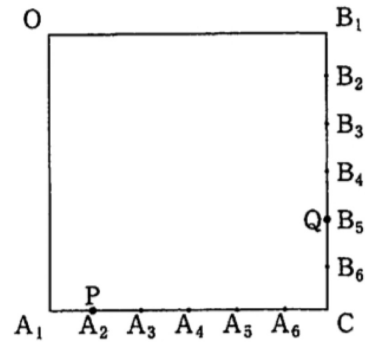
$$\begin{aligned} \text{体積} &= \text{底面積} \times \text{高さ} \times \frac{1}{3} \\ &= \triangle A_4 C B_4 \times O C \times \frac{1}{3} \\ &= 6 \times 6 \times \frac{1}{2} \times 12 \times \frac{1}{3} \\ &= 72 \end{aligned}$$

(2) 大小2つのさいころを投げ、出た目の数によって動く点PとQの位置を次のように定める。

大きいさいころの目の数を、点A₁, A₂, A₃, A₄, A₅, A₆の各点の右下の数字と対応させ、その点の位置に点Pをとる。小さいさいころの目の数をB₁, B₂, B₃, B₄, B₅, B₆の各点の右下の数字と対応させ、その点の位置に点Qをとる。

例えば、大きいさいころの目が2で、小さいさいころの目が5であるとき、点PとQは、それぞれ点A₂, B₅の位置にある。

このとき、線分PQの長さが10となる確率を求めよ。 B



全36通りなので

$$\frac{2}{36} = \frac{1}{18}$$

(3) (1)の展開図を組み立てて立体を作る際に、点A₁, B₁は点Cと重なるので頂点Cとみなすと、立体OA₄B₄Cができる。(1)の展開図を組み立てる際に重なる他の点についても、次のように考える。

ア) 点A₂, A₆が重なる点をR₁とおく。

イ) 点A₃, A₅が重なる点をR₂とおく。

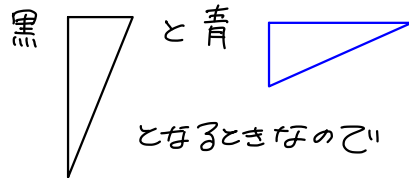
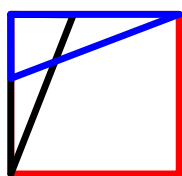
ウ) 点B₂, B₆が重なる点をS₁とおく。

エ) 点B₃, B₅が重なる点をS₂とおく。

大小2つのさいころを投げ、出た目の数によって動く点PとQの位置を(2)と同様に定める。

例えば、大きいさいころの目が2で、小さいさいころの目が5であるとき、点PとQは、それぞれ点R₁, S₂の位置にある。

このとき、立体OA₄B₄Cと立体OPQCの体積の比が3 : 1となる確率を求めよ。 C



となるときなので

A₄, B₂ A₄, B₆ A₂, B₄ A₆, B₄
の4通りである。

$$\frac{4}{36} = \frac{1}{9}$$

