高校入試過去問(名古屋) (R4)年数学

（１００点満点（50 ）分））

１．

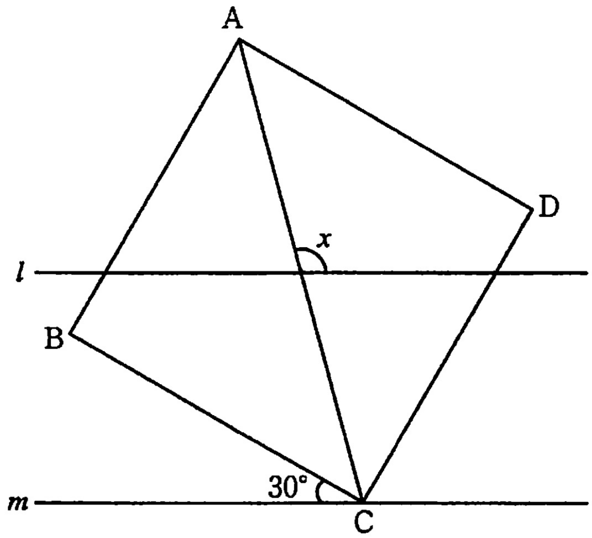
⑴ $(-2ab)^3 \times \frac{1}{6}a^2b \div \left(-\frac{1}{3}ab^2\right)^2$ を計算せよ。

⑵ 方程式 $\begin{cases} \frac{2x-5}{3}+y=-2 \\ \frac{x}{2}-\frac{1-y}{4}=1 \end{cases}$ を解け。

⑶ 関数 $y=-\frac{1}{4}x^2$ で，x の変域を $-2 \leqq x \leqq a$ とすると，y の変域は $-4 \leqq y \leqq b$ となる。このとき，a，b の値をそれぞれ求めよ。

(4)　$a(a+b-1)-b$ を因数分解せよ。

(5)　図のように，平行な２直線 l，m と正方形ABCDがある。また，点Cは直線 m 上の点である。
このとき，$\angle x$ の大きさを求めよ。



(6) $x+y+z=9$, $x \geqq 1$, $y \geqq 2$, $z \geqq 3$ を満たす正の整数 x, y, z の組は何通りあるか。

(7) $\sqrt{\dfrac{45n}{28}}$ が有理数となる正の整数 n のうち，最も小さいものを求めよ。

2.

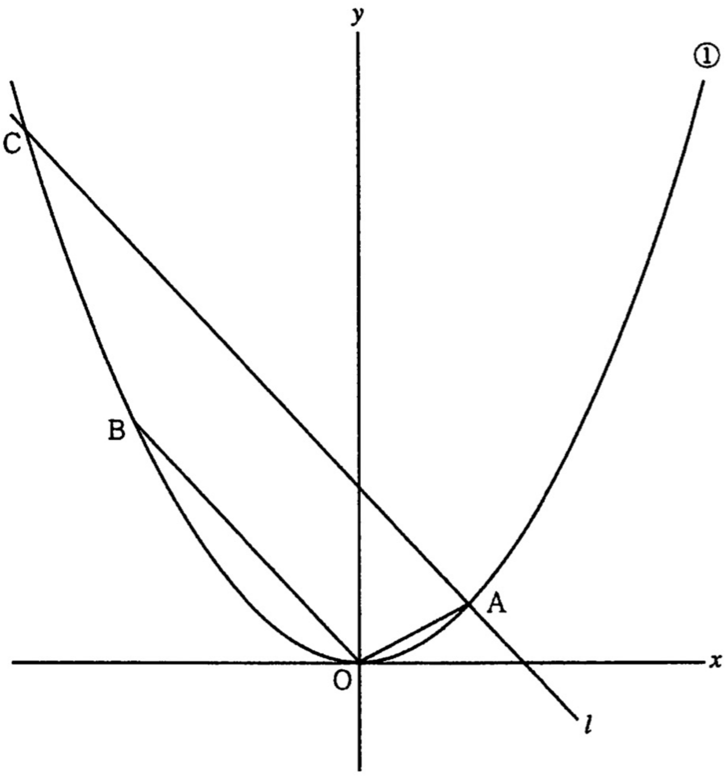
放物線$y=\frac{1}{2}x^2$…①上に点O(0, 0)，点A$\left(1, \frac{1}{2}\right)$，点B(−2, 2)
がある。また，点Aを通って，直線OBに平行な直線lと放物線①の交点のうち，Aと異なる点をC とする。

(1) 直線lの式を求めよ。

(2) 点Cの座標を求めよ。

(3) △OACの面積を求めよ。

(4) 四角形OACBと△CBDの面積が等しくなるような点Dを直線OA上にとるとき，点Dの座標を求めよ。ただし，点Dのx座標は点Aのx座標より大きいものとする。



３.

容器Aの中には，10％の砂糖水が40ｇ，容器Bの中には，35％の砂糖水が40ｇ入っている。

いま，容器Aの砂糖水をよくかき混ぜてからxｇだけ砂糖水を取り出し，これを容器Bに入れてよくかき混ぜた。さらに，容器Bから$2x$ｇの砂糖水を取り出し，容器Aに入れてよくかき混ぜたところ，容器Aには18％の砂糖水ができた。このとき，次の問いに答えよ。

⑴　容器Aからxｇの砂糖水を取り出したとき，容器Aに残っている砂糖水に含まれる砂糖の重さをxを用いた式で表せ。

⑵　容器Bから容器Aに入れた$2x$ｇの砂糖水に含まれる砂糖の重さをxを用いた式で表せ。

⑶　xの値を求めよ。

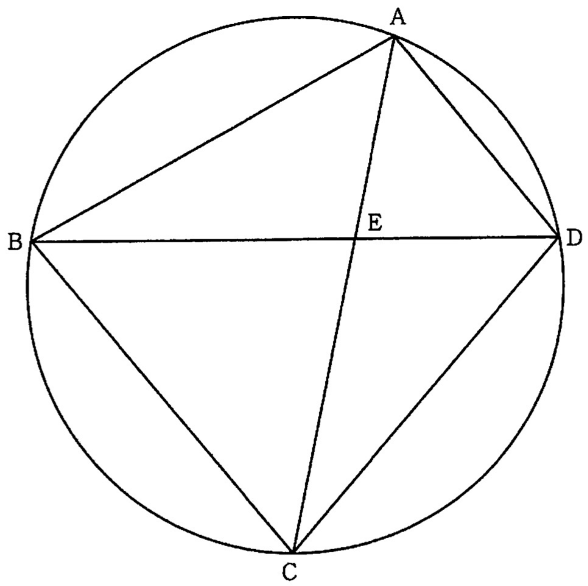
４.

円周上に異なる４点A，B，C，Dがあり，$\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{BC}=\overset{\frown}{CD}$である。
線分ACと線分BDの交点をＥとする。AE：EC＝２：３，AD＝２㎝であるとき，次の問いに答えよ。

⑴　△ABC∽△AEDを証明せよ。

⑵　ABの長さを求めよ。

⑶　AEの長さを求めよ。



5.

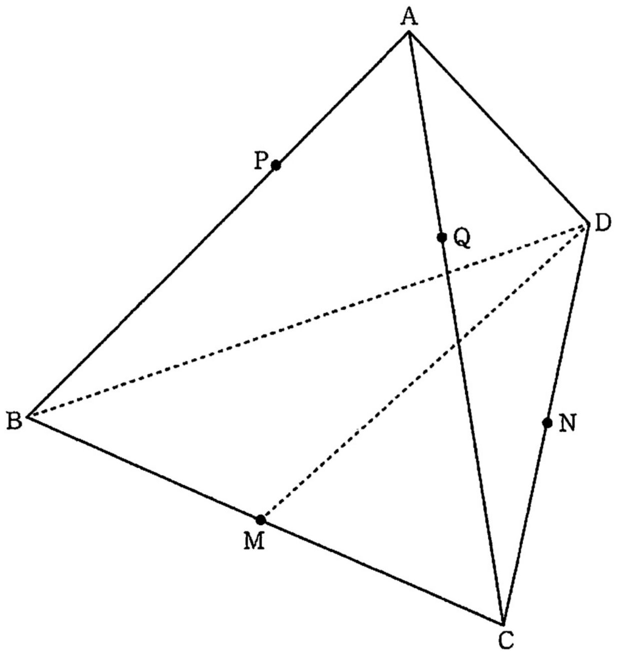
図のように，１辺の長さが６の正四面体ABCDにおいて，辺BC，CDの中点をそれぞれM，Nとする。また，辺AB，AC上にそれぞれ点Ｐ，ＱをAP：PB＝AQ：QC＝１：２となるようにとる。あとの問いに答えよ。

(1)　線分AMの長さを求めよ。

(2)　△AMDの面積を求めよ。

(3)　正四面体ABCDの体積を求めよ。

(4)　３点Ｐ，Ｑ，Ｎを通る平面でこの正四面体を切るとき，２つに切断された立体のうち，頂点Ｂを含む方の立体の体積を求めよ。



高校入試過去問(名古屋)(R4)年数学

（１００点満点（ 50 ）分））

１．

⑴ $(-2ab)^3 \times \frac{1}{6}a^2b \div \left(-\frac{1}{3}ab^2\right)^2$ を計算せよ。

$= -8a^3b^3 \times \frac{1}{6}a^2b \div \frac{1}{9}a^2b^4$

$= -\frac{8a^3\cancel{b^3} \times \cancel{a^2b} \times 9}{6 \times \cancel{a^2b^4}} = -12a^3$ //

⑵ 方程式 $\begin{cases} \frac{2x-5}{3} + y = -2 & \cdots ① \\ \frac{x}{2} - \frac{1-y}{4} = 1 & \cdots ② \end{cases}$ を解け。

① × 3 − ② × 4

$$\begin{array}{rr} & 2x + 3y = -1 \\ -) & 2x + y = 5 \\ \hline & 2y = -6 \\ & y = -3 \end{array}$$

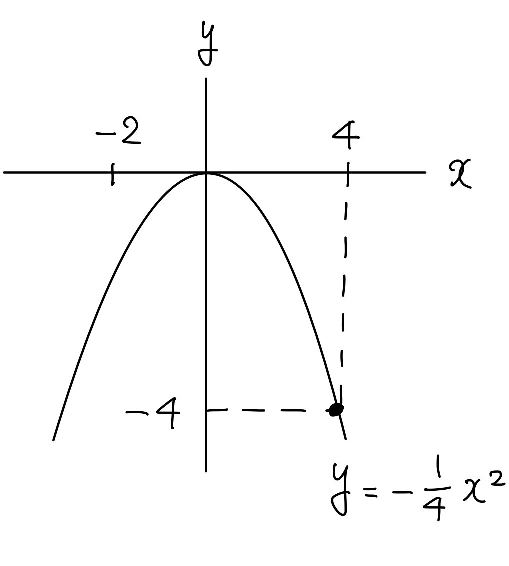
$2x - 3 = 5$

$2x = 8$

$x = 4$

$(x, y) = (4, -3)$ //

⑶ 関数 $y = -\frac{1}{4}x^2$ で，x の変域を $-2 \leqq x \leqq a$ とすると，y の変域は $-4 \leqq y \leqq b$ となる。このとき，a，b の値をそれぞれ求めよ。



$x = -2$ のとき

$y = -\frac{1}{4} \times (-2)^2 = -1$ なので

最小値 -4 をとらない。

$\therefore$ $x = a$ で 最小値 -4 をとる。

$-4 = -\frac{1}{4}a$　　$a > 0$ より

$a = 4$ //

最大値 は $x = 0$ のとき

$y = 0$ をとる。

$\therefore$ $b = 0$ //

(4) $a(a+b-1)-b$ を因数分解せよ。

$= a^2+ab-a-b$ … ㊍

$= a(a+b)-(a+b)$

$a+b=M$ とおくと

$aM-M$

$=M(a-1)$

$=(a+b)(a-1)$ //

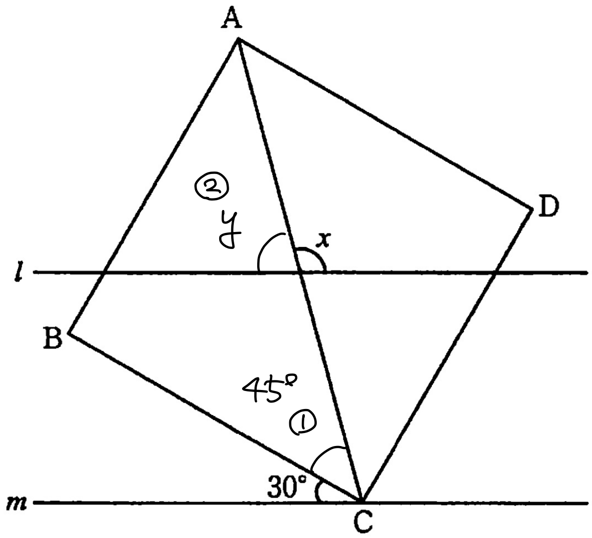
---

(5) 図のように，平行な２直線 l，m と正方形ABCDがある。また，点Cは直線 m 上の点である。
このとき，$\angle x$ の大きさを求めよ。

① 正方形の対角線 により
$\angle ACB = 45^\circ$

② $l \parallel m$ の同位角は等しいので
$\angle y = 45^\circ + 30^\circ$
$= 75^\circ$

③ $\angle x = 180^\circ - \angle y$
$= 180^\circ - 75^\circ = 105^\circ$ //



---

(6) $x+y+z=9$，$x \geqq 1$，$y \geqq 2$，$z \geqq 3$ を満たす正の整数 x，y，z の組は何通りあるか。

(i) $z=3$ のとき $x+y=6$
$(x,y)=(1,5)(2,4)(3,3)(4,2)$

(ii) $z=4$ のとき $x+y=5$ $(x,y)=(1,4)(2,3)(3,2)$

(iii) $z=5$ のとき $x+y=4$ $(x,y)=(1,3)(2,2)$

(iv) $z=6$ のとき $x+y=3$ $(x,y)=(1,2)$ 以上より 10通り //

---

(7) $\sqrt{\dfrac{45n}{28}}$ が有理数となる正の整数 n のうち，最も小さいものを求めよ。

素因数分解すると，$45=3^2\times5$，$28=2^2\times7$

$\sqrt{\dfrac{45n}{28}} = \dfrac{3}{2}\sqrt{\dfrac{5n}{7}}$

分母の７を約分し，$\sqrt{5}$ の $\sqrt{\ }$ を外すために $n=5\times7=35$ //

2．

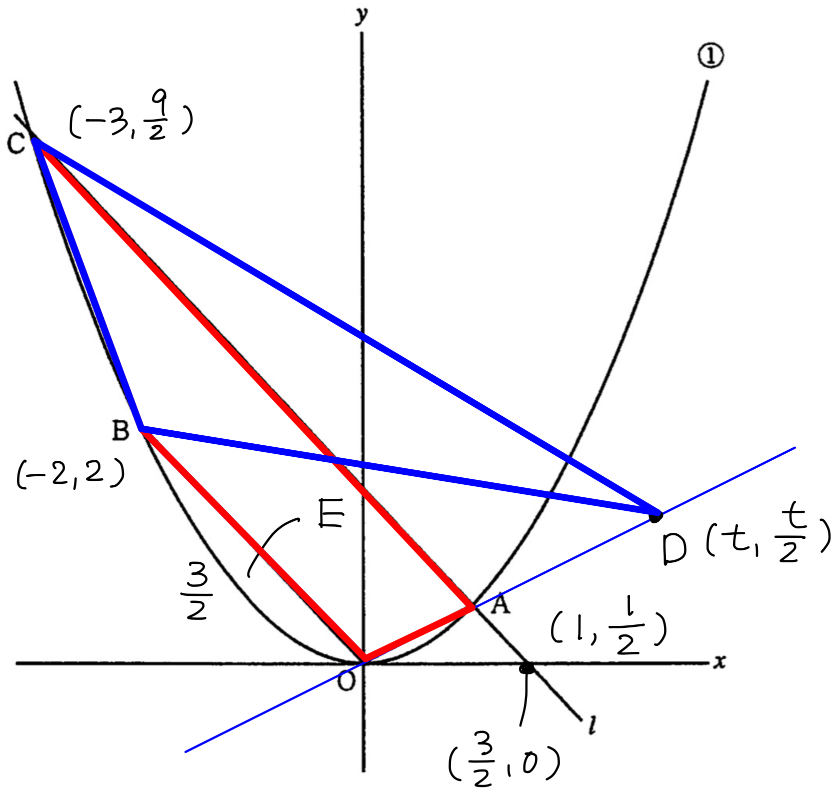
放物線 $y=\frac{1}{2}x^2$…①上に点O(0, 0)，点A$\left(1, \frac{1}{2}\right)$，点B(−2, 2)
がある。また，点Aを通って，直線OBに平行な直線 l と放物線①の交点のうち，Aと異なる点をC とする。

(1) 直線 l の式を求めよ。

(2) 点Cの座標を求めよ。

(3) △OACの面積を求めよ。

(4) 四角形OACBと△CBDの面積が等しくなるような点Dを直線OA上にとるとき，点Dの座標を求めよ。ただし，点Dの x 座標は点Aの x 座標より大きいものとする。



(1) lは OBに平行で
$A\left(1, \frac{1}{2}\right)$を通る
直線なので

$y=-x+b$

$\frac{1}{2}=-1+b$

$y=-x+\frac{3}{2}$ //

(2) Cは l と(1)の
直線の交点なので

$$\begin{cases} y=\frac{1}{2}x^2 \\ y=-x+\frac{3}{2} \end{cases}$$

$\frac{1}{2}x^2+x-\frac{3}{2}=0$

$x^2+2x-3=0$

$(x+3)(x-1)=0$

$x=-3, 1$

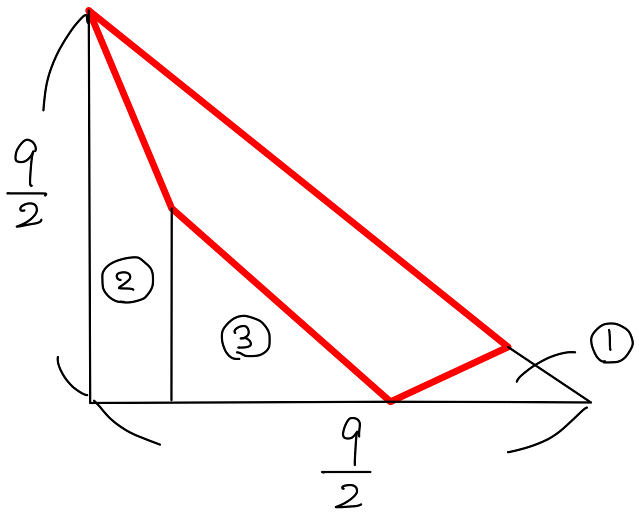
$C\left(-3, \frac{9}{2}\right)$ //

(3) $\triangle OAC=\triangle OEA+\triangle OEC$

$=\frac{3}{2}\times1\times\frac{1}{2}+\frac{3}{2}\times3\times\frac{1}{2}$

$=\frac{3}{4}+\frac{9}{4}=3$ //

(4) 四角形OACBと△CBDの面積が等しくなるような点Dを直線OA上にとるとき，点Dの座標を求めよ。ただし，点Dの x 座標は点Aの x 座標より大きいものとする。

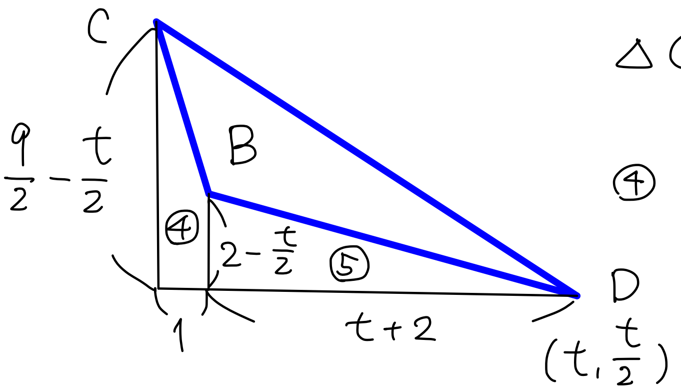


四角形 OACB =

$$\frac{9}{2}\times\frac{9}{2}\times\frac{1}{2} - \underbrace{\frac{3}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}}_{①}$$

$$-\underbrace{\left(2+\frac{9}{2}\right)\times 1\times\frac{1}{2}}_{②} - \underbrace{2\times 2\times\frac{1}{2}}_{③}$$

$$=\frac{9}{2}$$



$$\triangle CBD = (t+3)\left(\frac{9}{2}-\frac{t}{2}\right)\times\frac{1}{2}$$

$$④ \rightarrow -\left\{\left(2-\frac{t}{2}\right)+\left(\frac{9}{2}-\frac{t}{2}\right)\right\}\times 1\times\frac{1}{2}$$

$$-(t+2)\left(2-\frac{t}{2}\right)\times\frac{1}{2}$$

$$⑤ \quad = \frac{3}{2}t+\frac{3}{2}$$

$$\frac{3}{2}t+\frac{3}{2}=\frac{9}{2}$$

$$t=2$$

$$D\left(t, \frac{t}{2}\right) = D(2, 1)$$ //

3.

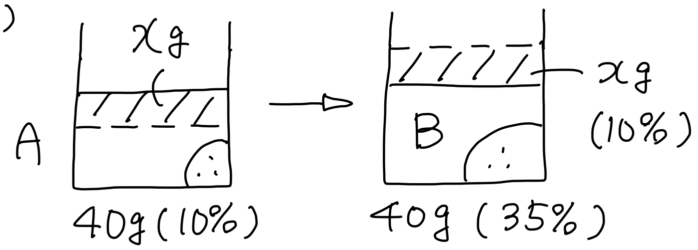
　容器Aの中には，10%の砂糖水が40g，容器Bの中には，35%の砂糖水が40g入っている。
　いま，容器Aの砂糖水をよくかき混ぜてからx gだけ砂糖水を取り出し，これを容器Bに入れてよくかき混ぜた。さらに，容器Bから$2x$gの砂糖水を取り出し，容器Aに入れてよくかき混ぜたところ，容器Aには18%の砂糖水ができた。このとき，次の問いに答えよ。

⑴　容器Aからx gの砂糖水を取り出したとき，容器Aに残っている砂糖水に含まれる砂糖の重さをxを用いた式で表せ。

⑵　容器Bから容器Aに入れた$2x$gの砂糖水に含まれる砂糖の重さをxを用いた式で表せ。

⑶　xの値を求めよ。

(1)



Aの容器に残っている量は

$40-x$ g。

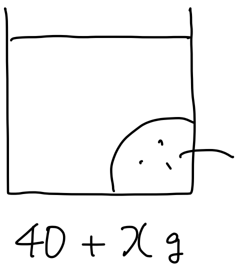
濃度は 10%のままなので

砂糖の重さは

$$(40-x)\times\frac{10}{100}$$

$$=4-\frac{1}{10}x\ (g)$$

(2)



砂糖

$$40\times\frac{35}{100}+x\times\frac{10}{100}$$

$$=14+\frac{1}{10}x\ (g)$$

⊘ 濃度 $=\left(14+\frac{1}{10}x\right)\div(40+x)\times100=\dfrac{10x+1400}{40+x}$

⊘ $2x$gに含まれる砂糖の量は

$$2x\times\frac{10x+1400}{40+x}\div100=\frac{2x}{40+x}\left(\frac{1}{10}x+14\right)\ (g)$$

(3) 最終的にAの濃度は 18%なので、砂糖は、

$(x+40)\times\dfrac{18}{100}=\dfrac{9x+360}{50}$ (g)　これは (1)+(2) と等しいので

$$\left(4-\frac{1}{10}x\right)+\frac{2x}{40+x}\left(\frac{1}{10}x+14\right)=\frac{9x+360}{50}$$

両辺 $\times100(40+x)$

$$100(40+x)\left(4-\frac{1}{10}x\right)+200x\left(\frac{1}{10}x+14\right)=2(9x+360)(40+x)$$

整理して　$x^2-170x+1600=0$　$(x-10)(x-160)=0$　$x=10,160$

∴ 10g

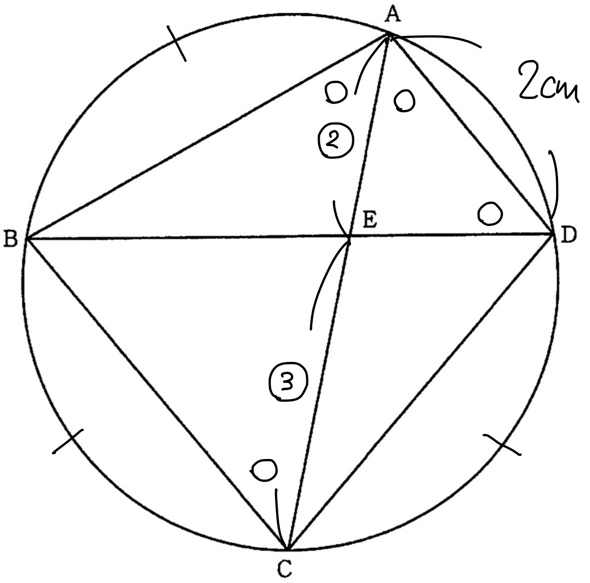
4.

円周上に異なる４点A，B，C，Dがあり，$\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{BC}=\overset{\frown}{CD}$である。
線分ACと線分BDの交点をＥとする。AE：EC＝２：３，AD＝２㎝であるとき，次の問いに答えよ。

⑴ △ABC∽△AEDを証明せよ。

⑵ ABの長さを求めよ。

⑶ AEの長さを求めよ。



(1) △ABC と △AED で

弦 BA = 弦 BC なので

∠BAC = ∠ACB

$\overset{\frown}{AB}$ の円周角は等しいので

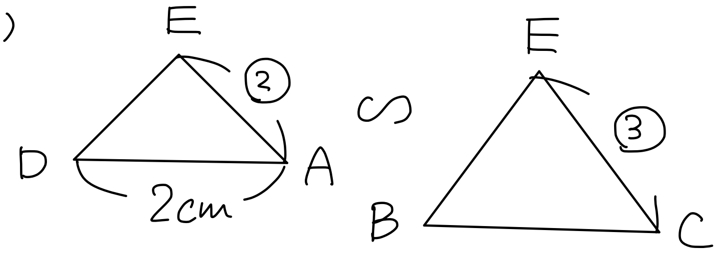
∠ACB = ∠ADE …①

同じ長さの弧の円周角は等しいので

∠BAC = ∠EAD …②

①,②より 2組の角がそれぞれ等しいので △ABC ∽ △AED

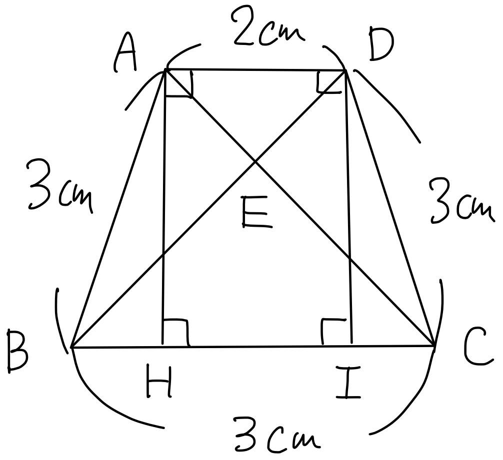
(2)



これより BC = 3cm

AB = BC = 3cm

(3)



$$AC=\sqrt{AH^2+HC^2}$$

$$=\sqrt{\frac{35}{4}+\frac{25}{4}}=\frac{2\sqrt{15}}{2}=\sqrt{15}$$

$$\left(\begin{aligned}AH&=\sqrt{AB^2-BH^2}\\&=\sqrt{9-\frac{1}{4}}=\frac{\sqrt{35}}{2}\\HC&=\frac{5}{2}\end{aligned}\right)$$

AE : EC = 2 : 3 なので

$AE=\frac{2}{5}\sqrt{15}$ cm //

5.

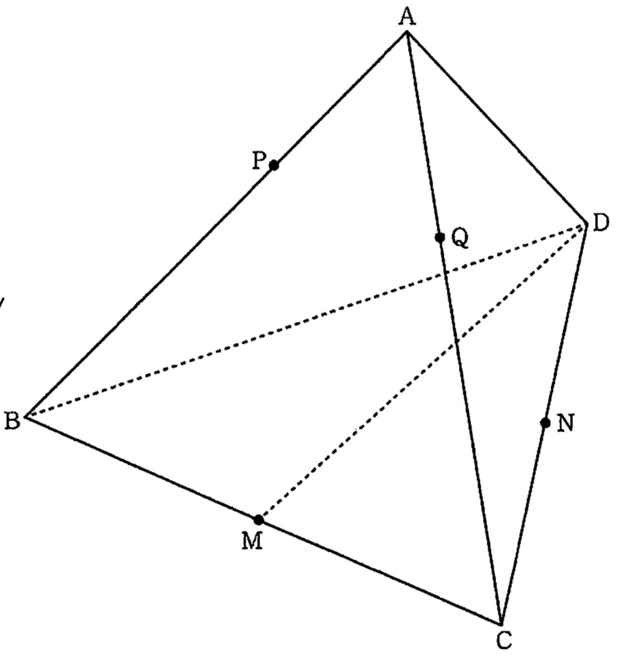
図のように，１辺の長さが６の正四面体ABCDにおいて，辺BC，CDの中点をそれぞれM，Nとする。また，辺AB，AC上にそれぞれ点P，QをAP：PB＝AQ：QC＝１：２となるようにとる。あとの問いに答えよ。

⑴ 線分AMの長さを求めよ。

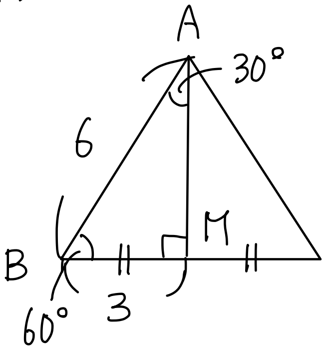
⑵ △AMDの面積を求めよ。

⑶ 正四面体ABCDの体積を求めよ。

⑷ ３点P，Q，Nを通る平面でこの正四面体を切るとき，２つに切断された立体のうち，頂点Bを含む方の立体の体積を求めよ。



(1)

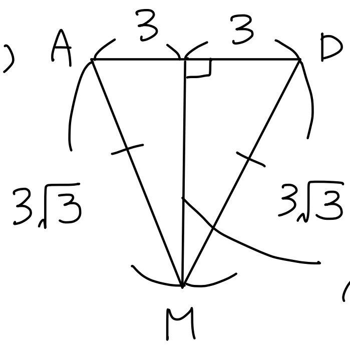


$\triangle ABM$ は，

$1:2:\sqrt{3}$

$\therefore AM = 3\sqrt{3}$ //

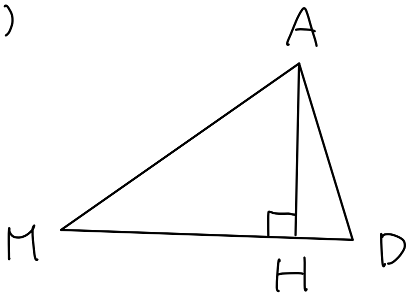
(2)



$\sqrt{27-9} = 3\sqrt{2}$

$\triangle AMD = AD \times 3\sqrt{2} \times \frac{1}{2} = 9\sqrt{2}$ //

(3)



$\triangle AMD = MD \times AH \times \frac{1}{2}$

$9\sqrt{2} = 3\sqrt{3} \times AH \times \frac{1}{2}$

$AH = \frac{18\sqrt{2}}{3\sqrt{3}} = 2\sqrt{6}$

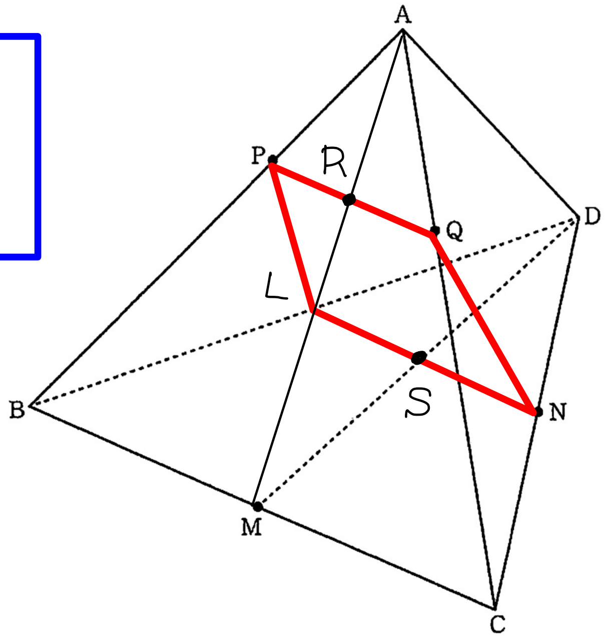
正四面体ABCD ＝ 底面積 $\triangle BCD \times AH \times \frac{1}{3}$

$= 6 \times 3\sqrt{3} \times \frac{1}{2} \times 2\sqrt{6} \times \frac{1}{3} = 18\sqrt{2}$ //

(4)　3点P，Q，Nを通る平面でこの正四面体を切るとき，2つに切断された立体のうち，頂点Bを含む方の立体の体積を求めよ。

求める立体の体積

$$= \triangle RMS \times \frac{PQ + LN + BC}{3}$$



- $\triangle RMS$

$$= \frac{1}{2} MD \times \frac{2}{3} AH \times \frac{1}{2}$$

$$= \frac{3\sqrt{3}}{2} \times \frac{2}{3} \times 2\sqrt{6} \times \frac{1}{2}$$

$$= 3\sqrt{2}$$

- $PQ = \frac{1}{3} BC = \frac{1}{3} \times 6 = 2$
- $LN = \frac{1}{2} BC = \frac{1}{2} \times 6 = 3$
- $BC = 6$

$$\therefore \text{体積} = 3\sqrt{2} \times \frac{2+3+6}{3} = \underline{11\sqrt{2}}$$ //