(　名城　)高等学校　H(30)数学

（１００点満点　（40　）分）

１．次の問いに答えなさい。

---

(1) $\frac{2}{3}\times(-3)^2+0.75\times(-2)^3=\boxed{ア}$ である。

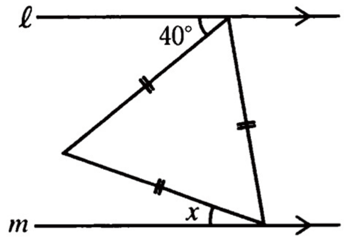
(2) $(\sqrt{6}+\sqrt{3})^2\div(\sqrt{7}+1)\times\frac{1}{\sqrt{7}-1}=\frac{\boxed{イ}+\boxed{ウ}\sqrt{\boxed{エ}}}{\boxed{オ}}$ である。

(3) $x+y-\frac{y+z}{2}-\frac{z+x}{3}=\frac{\boxed{カ}x+\boxed{キ}y-\boxed{ク}z}{6}$ である。

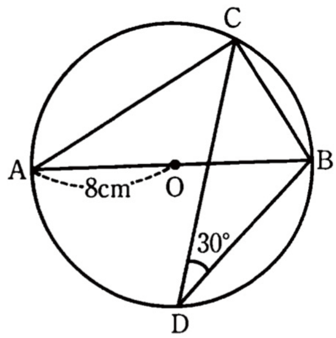
(4)　$x=2018$ のとき，$x^2-16x-36$ の値は $\boxed{ケ}$ 桁であり，
その各位の数の和は $\boxed{コ}$ である。

(5)　$\dfrac{144}{n}$ の値が自然数となるような自然数 n の個数は，$\boxed{サ}\boxed{シ}$ 個である。

(6) 右の図において，$\ell /\!/ m$ のとき，$\angle x =$ $\boxed{ス}\boxed{セ}$ °である。



(7) 右の図において，△ABCが円Oに接している。ABは円Oの直径で，Dは円Oの周上の点である。円Oの半径が８cmのとき，ACの長さは $\boxed{ソ}\sqrt{\boxed{タ}}$cm である。



2.

ある正の整数 a で79を割ると７余り，104を割ると８余る。

このような正の整数 a のうちで，もっとも大きい整数は $\boxed{ア}\boxed{イ}$ である。

3.

ある20人のグループの3ヵ月間で読んだ本の冊数を調査しました。
このグループの中の5人A, B, C, D, Eが読んだ本の冊数は下の表のようになりました。
5人A, B, C, D, Eが読んだ本の冊数の平均値は9（冊），20人のグループ全体が読んだ本の冊数の平均値は12（冊）でした。 このとき，次の問いに答えなさい。

名前	A	B	C	D	E
読んだ本の冊数（冊）	$-2x+12$	8	$2x^2$	$-5x+21$	$-x^2+16$

(1) 5人A, B, C, D, E以外の15人が読んだ本の冊数の平均値は $\boxed{ア}\boxed{イ}$（冊）である。

(2) 5人A, B, C, D, Eのうちのある3人が読んだ本の冊数の平均値は20人のグループ全体が読んだ本の冊数の平均値と等しくなった。このとき，5人A, B, C, D, Eの中央値は $\boxed{ウ}$（冊）である。

4.

関数 $y=ax^2$ （$a>0$）…① のグラフと傾きが$-\dfrac{1}{2}$の直線 ℓ が異なる２点A，Bで交わっており，２点A，Bの x座標はそれぞれ－２，１である。

また，直線 ℓ に平行な直線 m が①のグラフと異なる２点C，Dで交わっており，△ABCの面積が△OABの面積の９倍となっている。ただし，原点をOとし，点Cの x 座標は－２より小さいものとします。このとき，次の問いに答えなさい。

(1) $a=\dfrac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}}$ である。

(2) 直線 m の式は，$y=\dfrac{\boxed{ウ}\boxed{エ}}{\boxed{オ}}x+\boxed{カ}\boxed{キ}$ である。

(3) １個のさいころを２回続けて投げる。

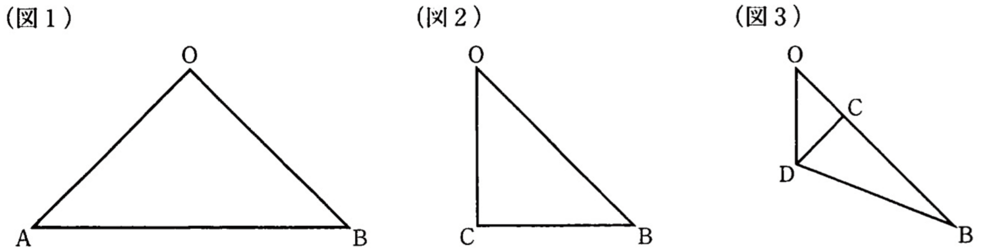
１回目に出た目の数を a，２回目に出た目の数を b とするとき，点（a，b）が△OADの周上または内部にある確率は $\dfrac{\boxed{ク}}{\boxed{ケ}}$ である。

5.

∠AOB＝90°の直角二等辺三角形OABの折り紙を次の手順で折る。(図１)

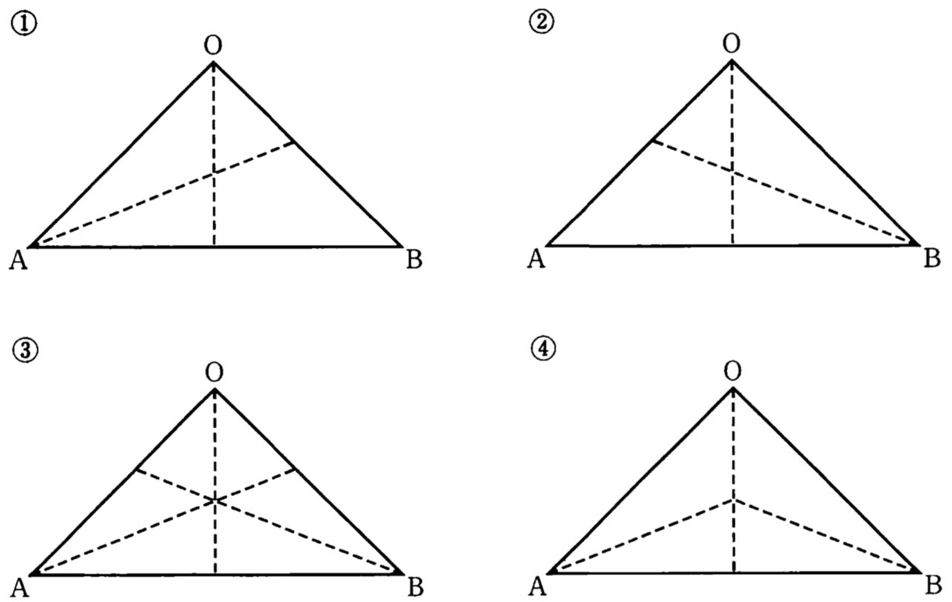
〔手順１〕 頂点Aと頂点Bを合わせるように半分に折る。このとき，折り返して新しくできた点をCとする。(図２)

〔手順２〕 辺CBが辺OBと重なるように折る。このとき，折り返して新しくできた点をDとする。(図３)



このとき，次の問いに答えなさい。

(1) 折り紙を開いたときにできた折り目として正しいものを①から④の中から１つ選びなさい。ただし，破線は折り目とします。



(2) OA＝OB＝２のとき，CDは $\boxed{ア} - \sqrt{\boxed{イ}}$ である。

(名城)高等学校 H(30)数学

（１００点満点 （40 ）分）

１．次の問いに答えなさい。

(1) $\frac{2}{3}\times(-3)^2+0.75\times(-2)^3=$ $\boxed{ア}$ である。

$$= \frac{2}{\cancel{3}_{1}}\times \cancel{9}^{3} + 0.75\times(-8)$$

$$= 6 + \frac{3}{\cancel{4}_{1}}\times(-\cancel{8}^{2}) = 6-6 = 0$$

$0.75 = \frac{3}{4}$

よく出てくる小数なので「分数」でもおさえておこう!

(2) $(\sqrt{6}+\sqrt{3})^2\div(\sqrt{7}+1)\times\frac{1}{\sqrt{7}-1}=\frac{\boxed{イ}+\boxed{ウ}\sqrt{\boxed{エ}}}{\boxed{オ}}$ である。

$$= (6+2\times\sqrt{6}\times\sqrt{3}+3)\times\frac{1}{\sqrt{7}+1}\times\frac{1}{\sqrt{7}-1}$$

$\sqrt{18}=3\sqrt{2}$

$$= (9+6\sqrt{2})\times\frac{1}{(\sqrt{7}+1)(\sqrt{7}-1)}$$

$$= (9+6\sqrt{2})\times\frac{1}{(\sqrt{7})^2-1^2} = (9+6\sqrt{2})\times\frac{1}{6}$$

$$= \frac{9+6\sqrt{2}}{6} = \frac{3+2\sqrt{2}}{2}$$

(3) $x+y-\frac{y+z}{2}-\frac{z+x}{3}=\frac{\boxed{カ}x+\boxed{キ}y-\boxed{ク}z}{6}$ である。

$$= \frac{6x+6y}{6}-\frac{3y+3z}{6}-\frac{2z+2x}{6}$$

$$= \frac{6x+6y-(3y+3z)-(2z+2x)}{6}$$

$$= \frac{6x+6y-3y-3z-2z-2x}{6}$$

$$= \frac{4x+3y-5z}{6}$$

多項式の分数をひくときは( )が必要!

(4) $x=2018$ のとき，$x^2-16x-36$ の値は $\boxed{ケ}$ 桁であり，
その各位の数の和は $\boxed{コ}$ である。

$$x^2-16x-36=(x-18)(x+2)$$
$$=(2018-18)(2018+2)$$
$$=2000\times2020=4040000$$

7桁

$$4+0+4+0+0+0+0=8$$

8

---

(5) $\dfrac{144}{n}$ の値が自然数となるような自然数 n の個数は，$\boxed{サ}\boxed{シ}$ 個である。

素因数分解

$$\begin{array}{r|l} 2 & 144 \\ 2 & 72 \\ 2 & 36 \\ 2 & 18 \\ 3 & 9 \\ & 3 \end{array}$$

$144=2^4\times3^2$

Point

144 を素因数分解すると，144 の約数がわかる。

約数に 2
3 を使わない。

$\dfrac{144}{n}$

$\boxed{1}$，2，2^2，2^3，2^4

$\boxed{1}$，3，3^2

重要

数を素因数分解して
$x^a\times y^b\times z^c$
となると，約数の個数は $(a+1)(b+1)(c+1)$

この組み合わせの数が約数の個数

②×③ $=n$

$1\times1=1$　$2\times1=2$　$2^4\times1=2^4$

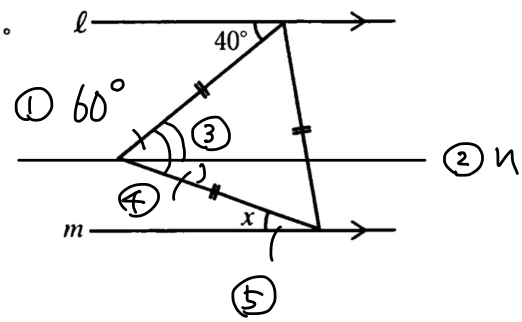
$\times3=3$　$\times3=6$　…　$\times3=2^4\times3$

$\times3^2=9$　$\times3^2=18$　$\times3^2=2^4\times3^2$

3通りが 5つあるので　$3\times5=15$ 個

1，2，2^2，2^3，2^4 が分けられる数

(6) 右の図において，$\ell // m$ のとき，$\angle x =$ $\boxed{ス}\boxed{セ}$ °である。



① 正三角形なので，1つの内角 $= 60°$

② ℓ と m に平行な線 n で $60°$ を分ける。

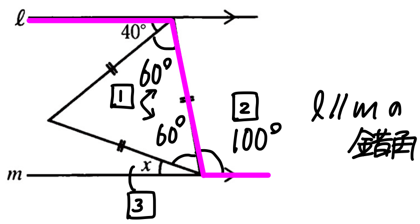
③ $\ell // n$ の錯角より ③ $= 40°$

④ ④ $= 60° - 40° = 20°$

⑤ $n // m$ の錯角より $20°$

$\therefore \angle x = 20°$ //

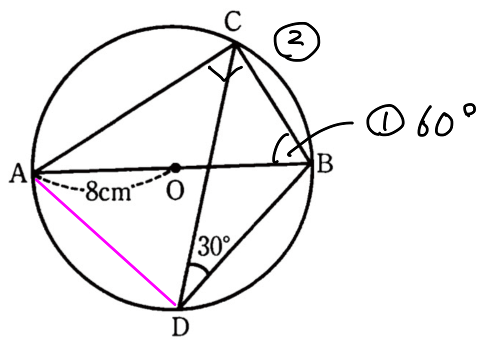
（別アプローチ）



角の和の錯角の視点も入れておこう！

---

(7) 右の図において，△ABCが円Oに接している。ABは円Oの直径で，Dは円Oの周上の点である。円Oの半径が8 cmのとき，ACの長さは $\boxed{ソ}\sqrt{\boxed{タ}}$ cmである。



① ADを引くと，$\angle ADB = 90°$ より
$\angle ADC = 90° - 30° = \angle ABC = 60°$

② △ABCは，$\angle ACB = 90°$，$\angle ABC = 60°$ の直角三角形なので $1 : 2 : \sqrt{3}$ の比となる。

③ $AB = 2AO = 2 \times 8 = 16$ より

$AB : AC = 2 : \sqrt{3}$ （$1 : 2 : \sqrt{3}$ より）

$16 : AC = 2 : \sqrt{3}$

$AC = 8\sqrt{3}$ //

Point

円で長さを求める場合「直角三角形」を見つけることが多い！

2.

ある正の整数 a で79を割ると７余り，104を割ると８余る。
このような正の整数 a のうちで，もっとも大きい整数は $\boxed{ア}\boxed{イ}$ である。

① 商を整数を n, m とすると、

$$a \overline{)79}^{\,n \cdots 7} \ , \quad a \overline{)104}^{\,m \cdots 8} \rightarrow \begin{aligned} 79 &= an + 7 \\ 104 &= am + 8 \end{aligned}$$

$$n = \frac{72}{a} \ , \quad m = \frac{96}{a} \leftarrow$$

② 72, 96 を素因数分解すると、

$$\frac{72}{a} = \frac{2^3 \times 3^2}{a}$$

$$\frac{96}{a} = \frac{2^5 \times 3}{a}$$

$$\begin{array}{r|l} 2 & 72 \\ \hline 2 & 36 \\ \hline 2 & 18 \\ \hline 3 & 9 \\ \hline & 3 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 3 & 96 \\ \hline 2 & 32 \\ \hline 2 & 16 \\ \hline 2 & 8 \\ \hline 2 & 4 \\ \hline & 2 \end{array}$$

a が最も大きくなるのは
「最大公約数のとき」なので
$a = 2^3 \times 3 = \underline{24}$ //

最大公約数
$2^3 \times 3^2$, $2^5 \times 3$
で共通している数

3.

ある20人のグループの3ヵ月間で読んだ本の冊数を調査しました。
このグループの中の5人A，B，C，D，Eが読んだ本の冊数は下の表のようになりました。
5人A，B，C，D，Eが読んだ本の冊数の平均値は9（冊），20人のグループ全体が読んだ本の冊数の平均値は12（冊）でした。このとき，次の問いに答えなさい。

名前	A	B	C	D	E
読んだ本の冊数（冊）	$-2x+12$	8	$2x^2$	$-5x+21$	$-x^2+16$

(1) 5人A，B，C，D，E以外の15人が読んだ本の冊数の平均値は $\boxed{ア}\boxed{イ}$（冊）である。

(2) 5人A，B，C，D，Eのうちのある3人が読んだ本の冊数の平均値は20人のグループ全体が読んだ本の冊数の平均値と等しくなった。このとき，5人A, B, C, D, Eの中央値は $\boxed{ウ}$（冊）である。

(1) 20人の平均が12冊なので、合計 $= 20\times 12 = 240$冊

5人の平均が9冊なので、合計 $= 5\times 9 = 45$冊

よって 15人の平均 $= \dfrac{240-45}{15} = \underline{13}$冊 //

(2) (1)の5人合計 = 45 より

$(-2x+12)+8+2x^2+(-5x+21)+(-x^2+16)=45$

$x^2-7x+12=0 \longrightarrow (x-3)(x-4)=0 \longrightarrow x=3,4$

① $x=3$のとき $(A,B,C,D,E)=(6,8,18,6,7)$

合計が45でないので ✕

② $x=4$のとき $(A,B,C,D,E)=(4,8,32,1,0)$

A,C,Eの3人の平均12冊 = 20人の平均12冊

となったので ○ 並びかえると 0, 1, 4, 8, 32

よって中央値は $\underline{4}$冊 //

資料の活用は、上のように「具体的な計算」で進める力が不可欠です！

4.

関数 $y = ax^2$（$a > 0$）…① のグラフと傾きが$-\frac{1}{2}$の直線 ℓ が異なる２点A，Bで交わっており，２点A，Bの x座標はそれぞれ－２，１である。

また，直線 ℓ に平行な直線 m が①のグラフと異なる２点C，Dで交わっており，△ABCの面積が△OABの面積の９倍となっている。ただし，原点をOとし，点Cの x 座標は－２より小さいものとします。このとき，次の問いに答えなさい。

(1) $a = \frac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}}$ である。

(2) 直線 m の式は，$y = \frac{\boxed{ウ}\boxed{エ}}{\boxed{オ}}x + \boxed{カ}\boxed{キ}$ である。

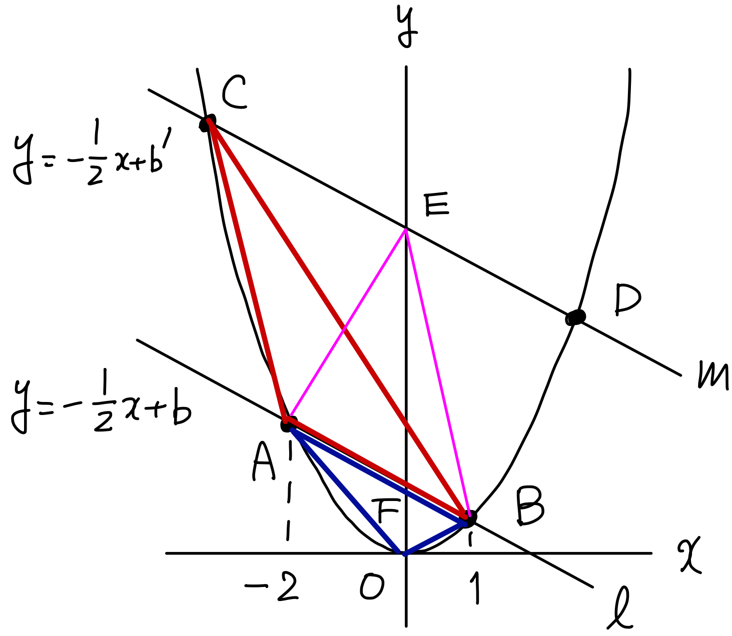
(3) １個のさいころを２回続けて投げる。
１回目に出た目の数を a，２回目に出た目の数を b とするとき，点（a，b）が△OADの周上または内部にある確率は $\frac{\boxed{ク}}{\boxed{ケ}}$ である。

(1) $a = \frac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}}$ である。

◎ A，Bの x座標が
－２，１より $y=ax^2$に代入。
$y=4a$，$y=a$ から
$A(-2, 4a)$ $B(1, a)$。

◎ ℓの傾き $-\frac{1}{2} = \frac{a-4a}{1-(-2)}$

$a = \frac{1}{2}$ //



(2) 直線 m の式は，$y = \frac{\boxed{ウ}\boxed{エ}}{\boxed{オ}}x + \boxed{カ}\boxed{キ}$ である。

◎ $\ell \parallel m$ から 等積変形で △ABC = △ABE。
△OAB : △ABE = 1 : 9 なので OF : FE = 1 : 9
よって ℓの切片 F が求まれば mの切片Eも求まる。

◎ ABは(1)より $(-2, 2)$ $(1, \frac{1}{2})$ の直線なので $y = -\frac{1}{2}x + 1$
よって OF = 1 とわかるので，FE = 9 から

$E(0, 10) \rightarrow y = -\frac{1}{2}x + 10$ //

(3)　1個のさいころを2回続けて投げる。

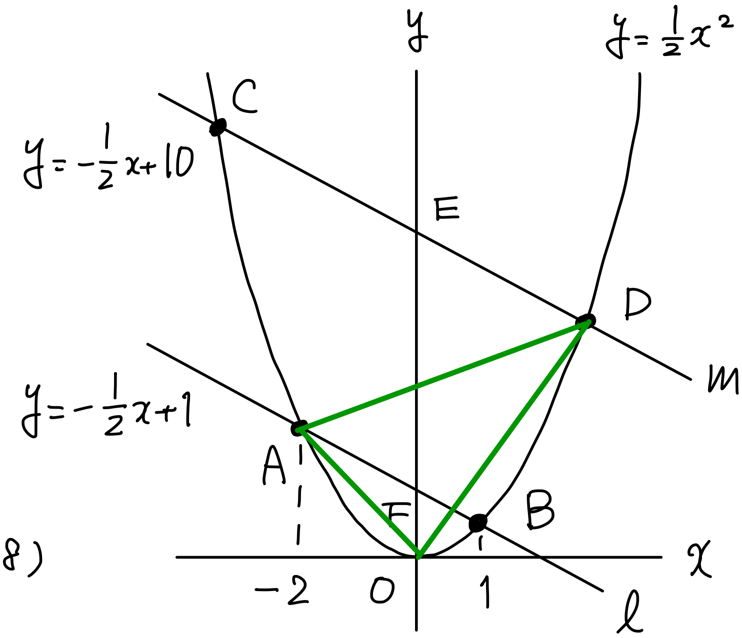
1回目に出た目の数を a，2回目に出た目の数を b とするとき，点（a，b）が△OADの周上または内部にある確率は $\dfrac{\boxed{ク}}{\boxed{ケ}}$ である。

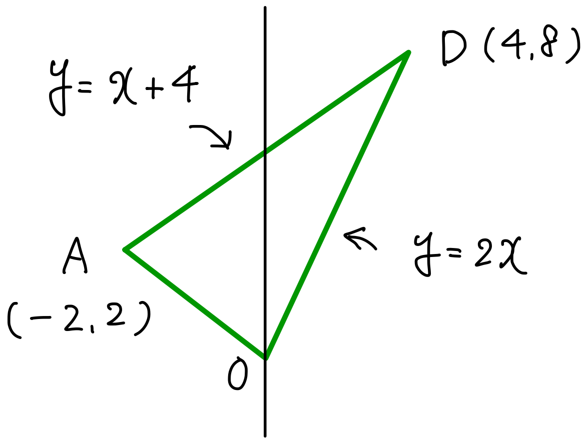
◎ Dは $y=\frac{1}{2}x^2$ と

$m: y=-\frac{1}{2}x+10$

の交点 なので

$$\begin{cases} y=\frac{1}{2}x^2 \\ y=-\frac{1}{2}x+10 \end{cases} \rightarrow (x, y) = (4, 8)$$





$(x, y) = (1, 2)\ (1, 3)\ (1, 4)\ (1, 5)$
$(2, 4)\ (2, 5)\ (2, 6)$
$(3, 6)$

の8点

サイコロ2回の出目は 36通りなので

$$\frac{8}{36} = \frac{2}{9}$$

Point

式 $y=x+4$，$y=2x$ が分かっていると，y座標を求めやすく上限の6でおさえやすい！

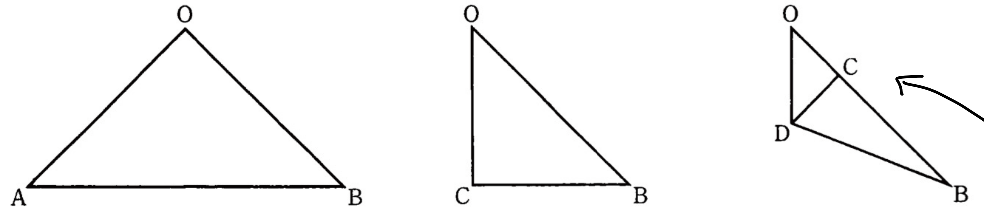
5.

∠AOB＝90°の直角二等辺三角形OABの折り紙を次の手順で折る。(図１)

〔手順１〕 頂点Aと頂点Bを合わせるように半分に折る。このとき，折り返して新しくできた点をCとする。(図２)

〔手順２〕 辺CBが辺OBと重なるように折る。このとき，折り返して新しくできた点をDとする。(図３)

(図１)　(図２)　(図３)



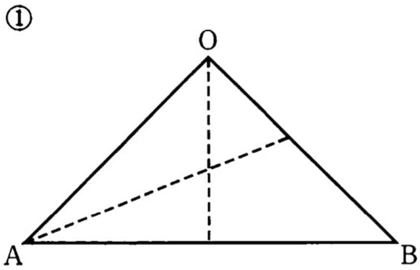
CDは折れていないので

④

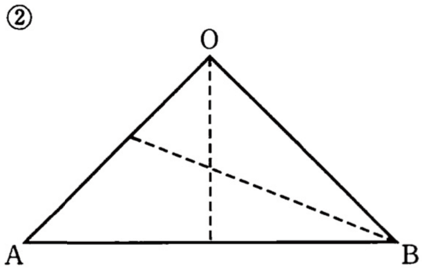
このとき，次の問いに答えなさい。

(1) 折り紙を開いたときにできた折り目として正しいものを①から④の中から１つ選びなさい。ただし，破線は折り目とします。

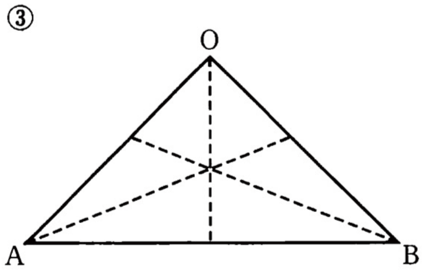
①



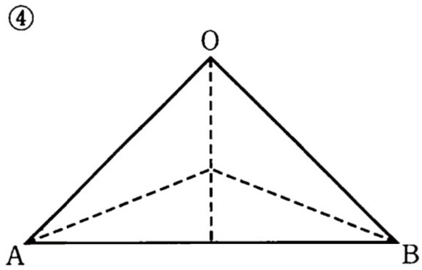
②



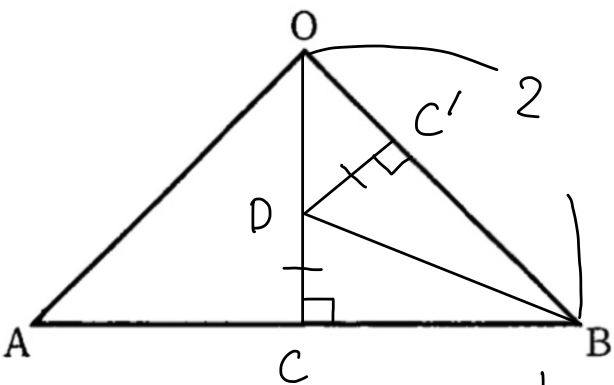
③



④



(2) OA＝OB＝２のとき，CDは $\boxed{ア} - \sqrt{\boxed{イ}}$ である。



① △OBCは 1:1:$\sqrt{2}$ の直角三角形なので

$CB = \sqrt{2} = OC$

② $\triangle OBC = CB \times OC \times \frac{1}{2}$

$= \sqrt{2} \times \sqrt{2} \times \frac{1}{2} = 1$

$\triangle OBC = OB \times DC' \times \frac{1}{2} + CB \times DC \times \frac{1}{2}$

$CD = x$ とおくと　$1 = 2 \times x \times \frac{1}{2} + \sqrt{2} \times x \times \frac{1}{2}$

$\parallel$

$C'D$

$1 = x + \frac{\sqrt{2}}{2}x \rightarrow \frac{2+\sqrt{2}}{2}x = 1 \quad x = \frac{2}{2+\sqrt{2}}$ ↓有理化

$CD = 2 - \sqrt{2}$